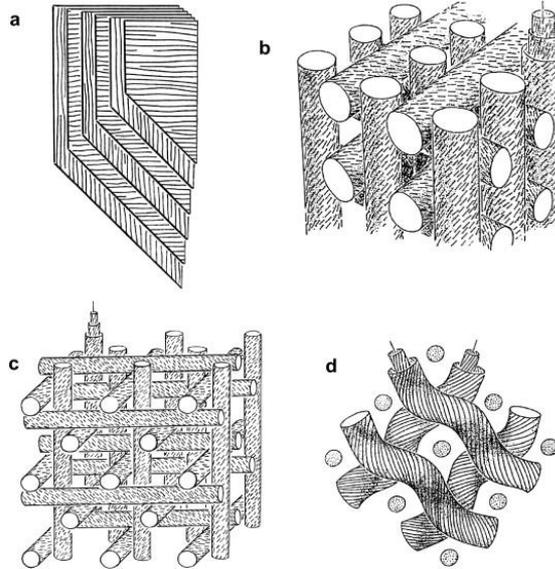
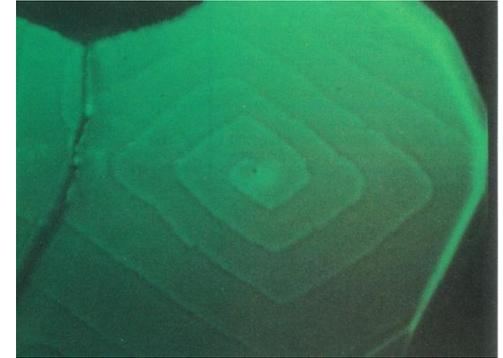
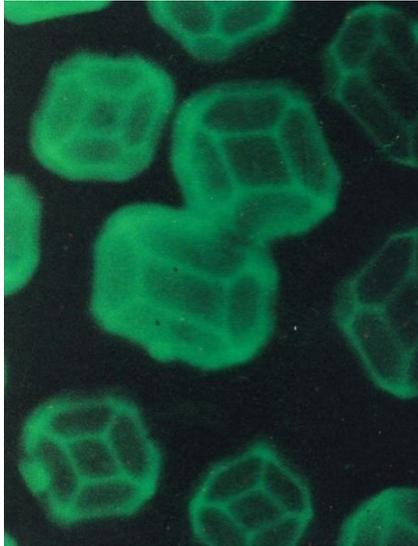
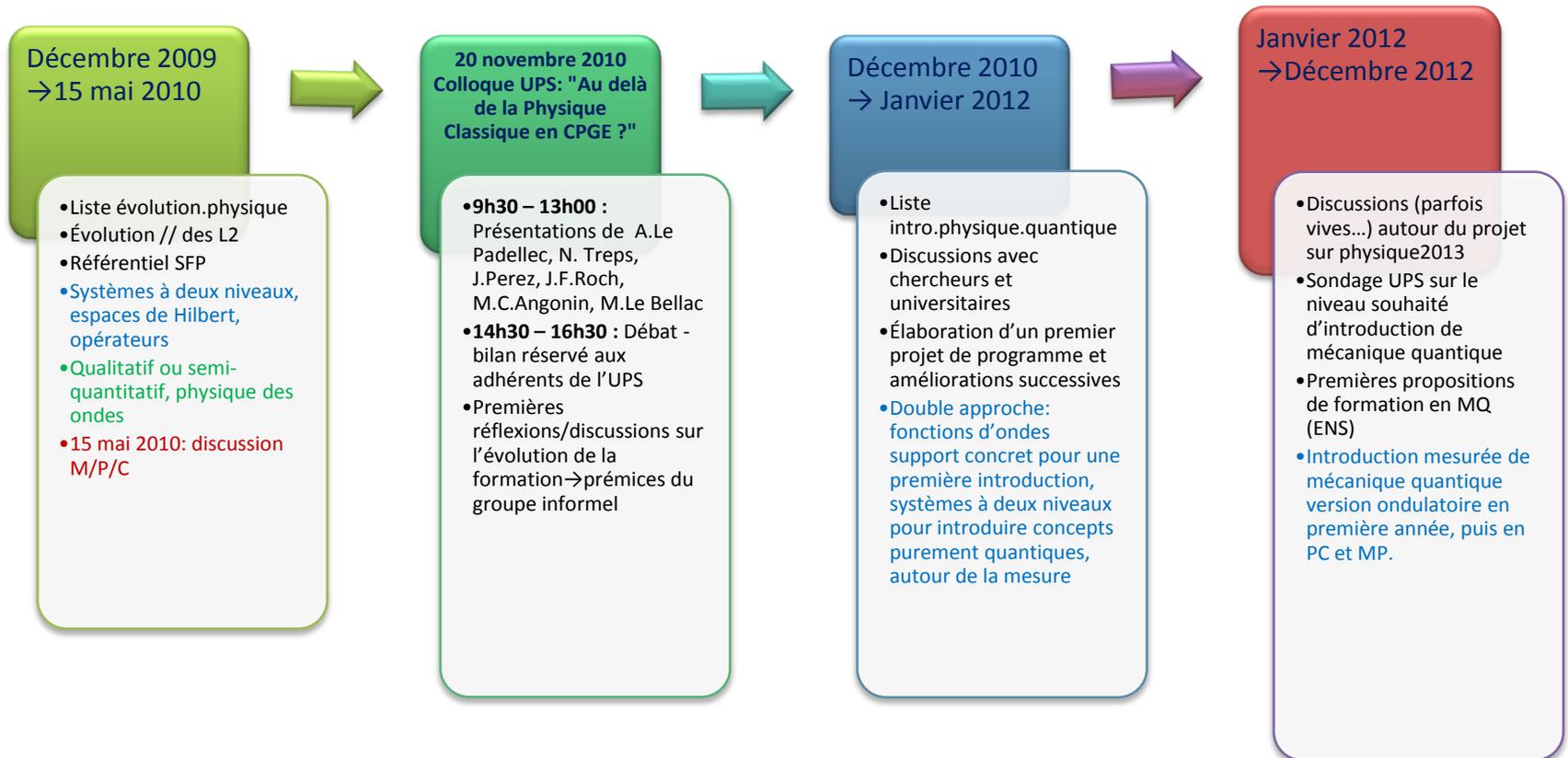


Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape



Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape



Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

- Double Puits: premiers états stationnaires, évolution temporelle
- Effet Tunnel: radioactivité Alpha, microscopie, spectroscopie

Photons et polarisation

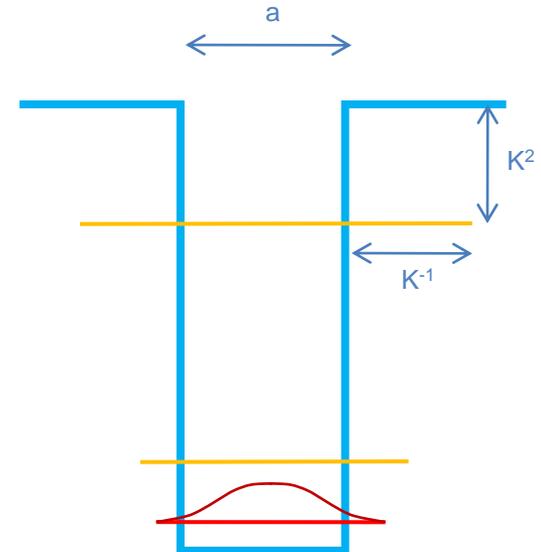
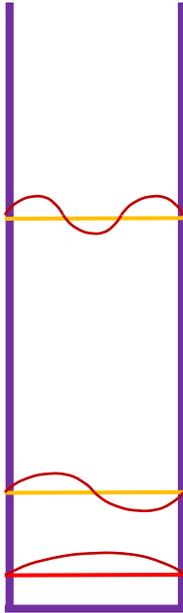
- Mesures sur une base de PR, expérience à choix multiple
- Polarisation circulaire

Indiscernabilité: Fermions et bosons

- Grégarité bosonique
- Pauli et la matière fermionique

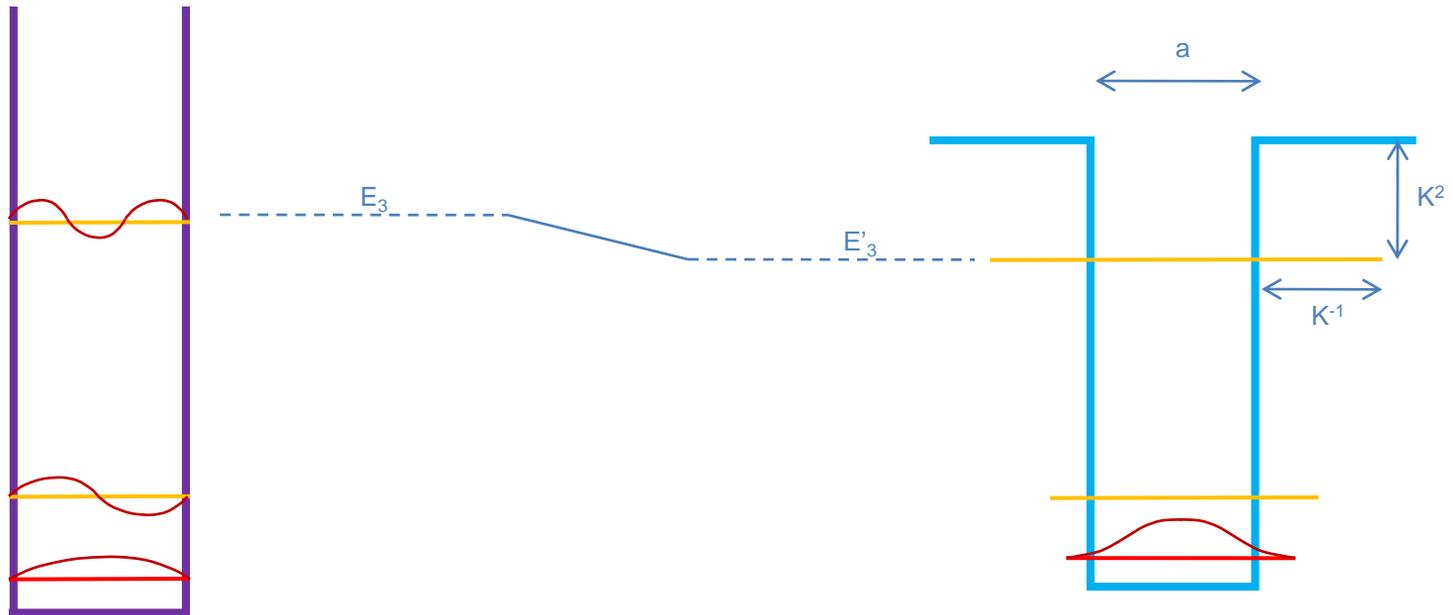
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

1. Du puits infini au puits fini



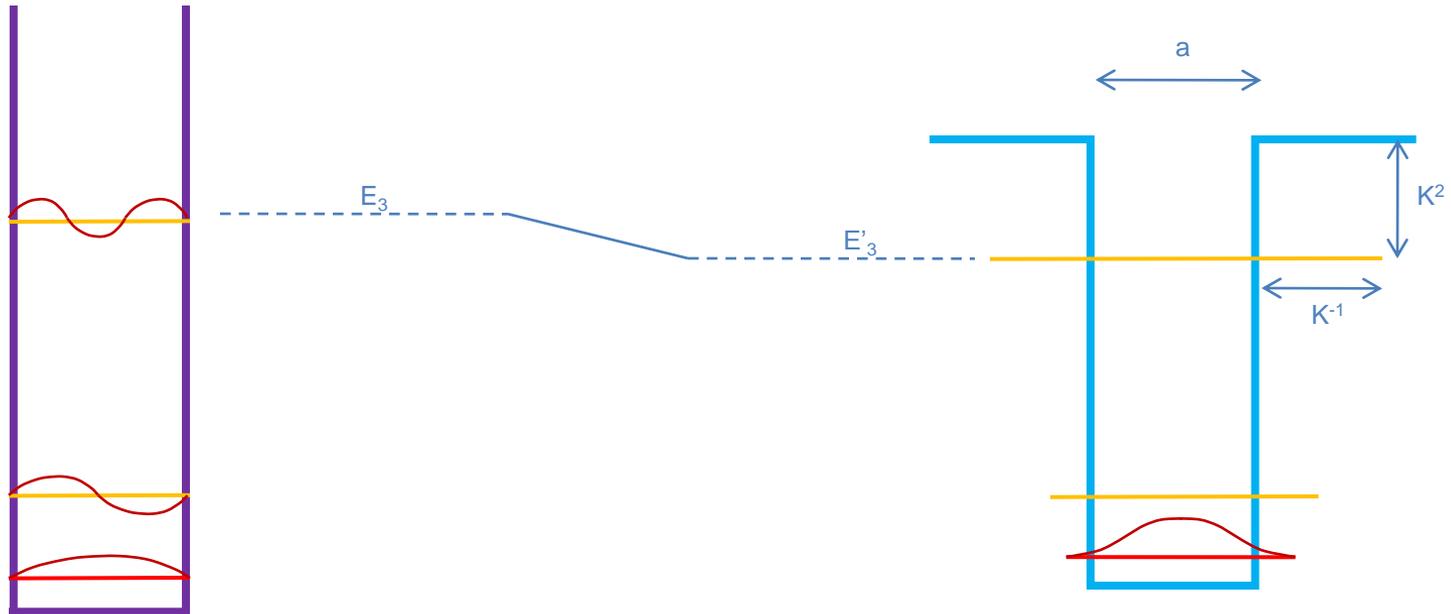
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

1. Du puits infini au puits fini



Heisenberg spatial en situation 1D confinée

1. Du puits infini au puits fini



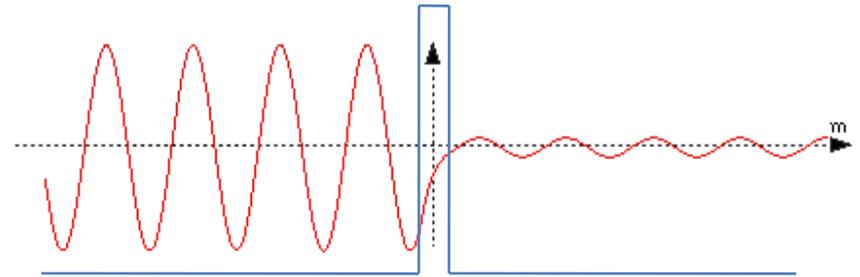
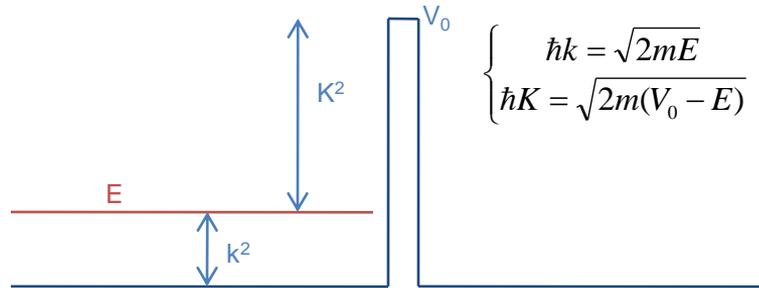
Niveaux « profonds »

$$a \rightarrow a + 2K^{-1} \longrightarrow E_1 \rightarrow E'_1 = E_1 \left(1 - 4(Ka)^{-1}\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{p^2}{2m} \\ p = \hbar k \\ \text{Heisenberg} \end{array} \right. \begin{array}{l} \longrightarrow E_n = n^2 E_1 \\ \longrightarrow E_1 = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{a} \right)^2 \pi^2 \end{array}$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

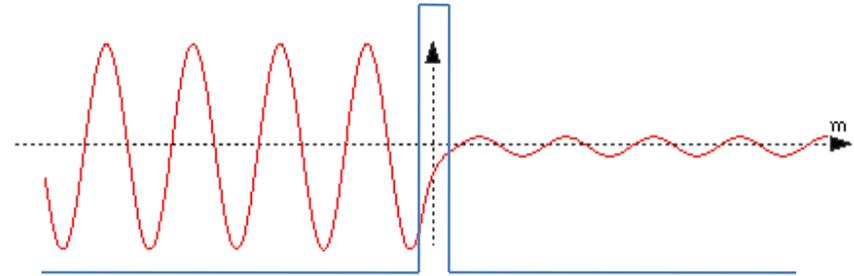
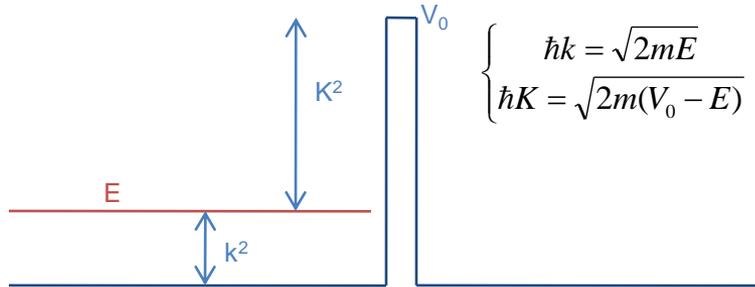
2. Franchissement tunnel d'une barrière



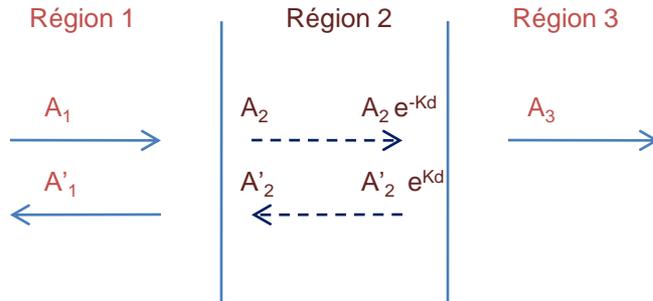
<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/qtunneling.html>

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

2. Franchissement tunnel d'une barrière



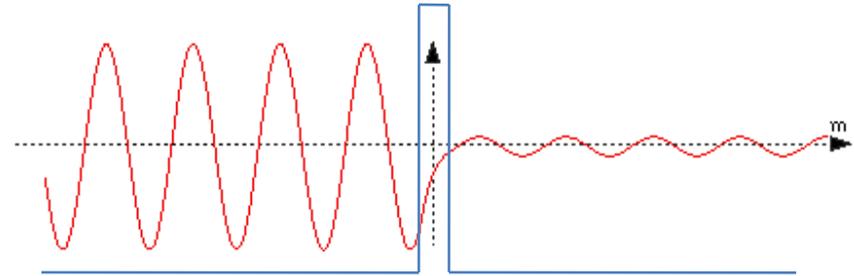
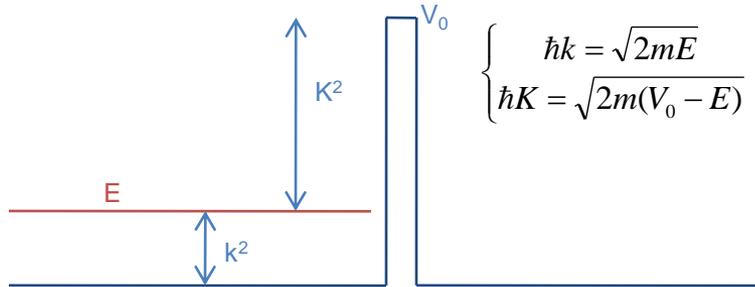
<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/qtunneling.html>



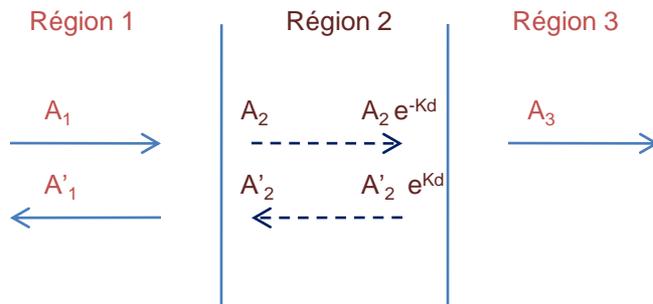
$$\begin{cases} A_3 = t_{23} A_2 e^{-Kd} \\ A_2 = t_{12} A_1 + r_{21} A'_2 \Rightarrow A_3 = \frac{t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}}{1 - r_{21} r_{23} e^{-2Kd}} \\ A'_2 e^{Kd} = r_{23} A_2 e^{-Kd} \end{cases}$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

2. Franchissement tunnel d'une barrière



<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/qtunneling.html>

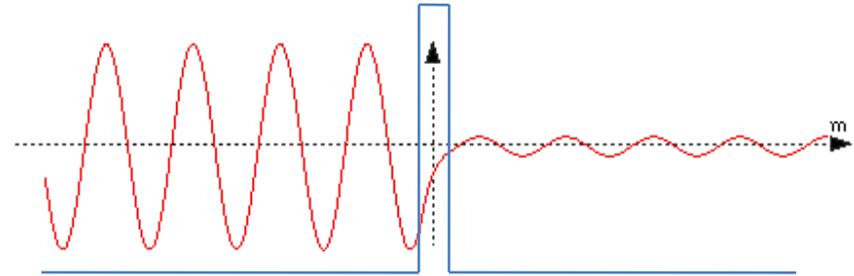
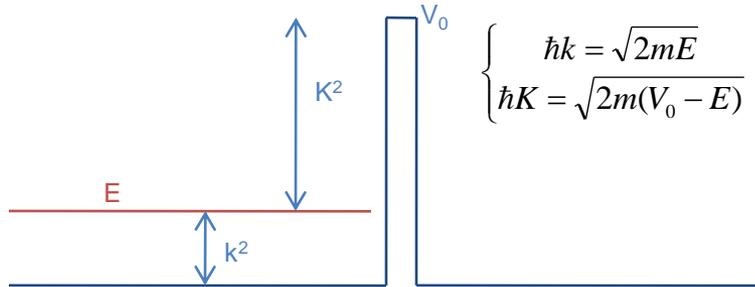


$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

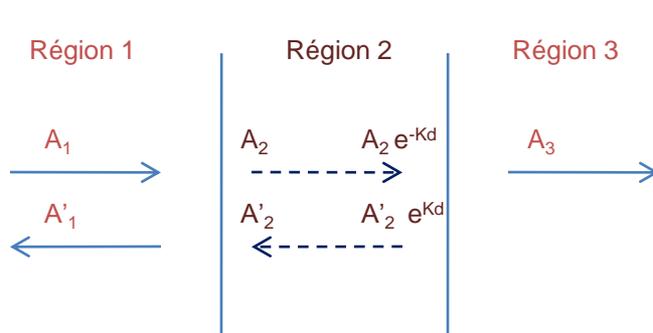
$$\begin{cases} A_3 = t_{23} A_2 e^{-Kd} \\ A_2 = t_{12} A_1 + r_{21} A'_2 \Rightarrow A_3 = \frac{t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}}{1 - r_{21} r_{23} e^{-2Kd}} \\ A'_2 e^{Kd} = r_{23} A_2 e^{-Kd} \end{cases}$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

2. Franchissement tunnel d'une barrière



<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/qtunneling.html>



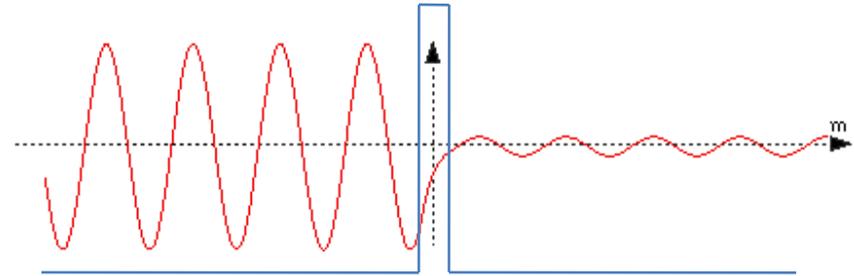
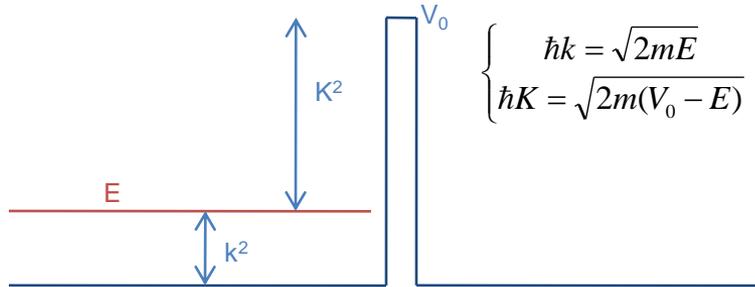
$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

• Tout se passe comme si on ignorait les ondes retour

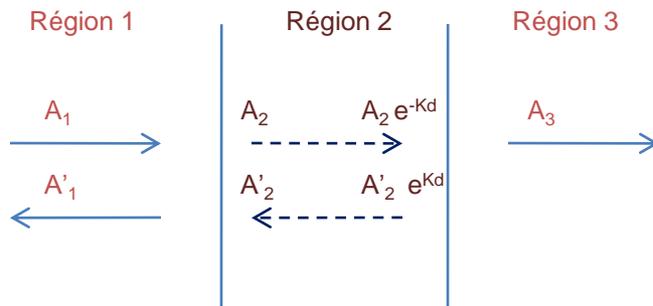
$$\begin{cases} A_3 = t_{23} A_2 e^{-Kd} \\ A_2 = t_{12} A_1 + r_{21} A'_2 \Rightarrow A_3 = \frac{t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}}{1 - r_{21} r_{23} e^{-2Kd}} \\ A'_2 e^{Kd} = r_{23} A_2 e^{-Kd} \end{cases}$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

2. Franchissement tunnel d'une barrière



<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/qtunneling.html>



$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

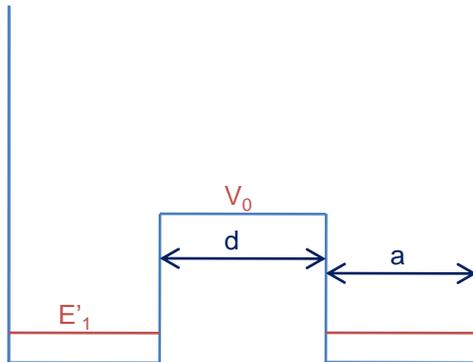
- Tout se passe comme si on ignorait les ondes retour
- Sans lesquelles l'effet serait nul!

$$\begin{cases} A_3 = t_{23} A_2 e^{-Kd} \\ A_2 = t_{12} A_1 + r_{21} A'_2 \\ A'_2 e^{Kd} = r_{23} A_2 e^{-Kd} \end{cases} \Rightarrow A_3 = \frac{t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}}{1 - r_{21} r_{23} e^{-2Kd}}$$

$$\begin{cases} r_{12} = \frac{k - iK}{k + iK} \\ t_{12} = \frac{2k}{k + iK} \\ t_{23} = \frac{2iK}{k + iK} \end{cases} \rightarrow T = \frac{\| \vec{J}_t \|}{\| \vec{J}_i \|} \approx \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2Kd}$$

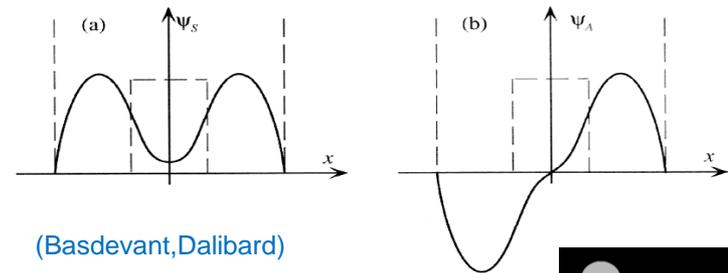
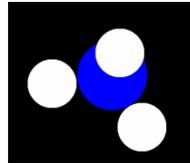
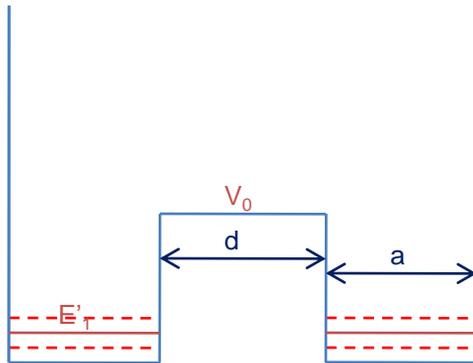
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Premiers états stationnaires



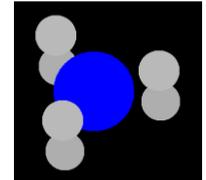
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Premiers états stationnaires



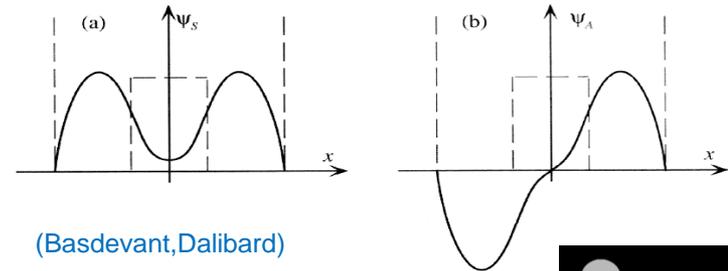
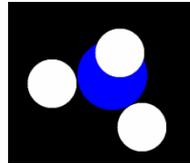
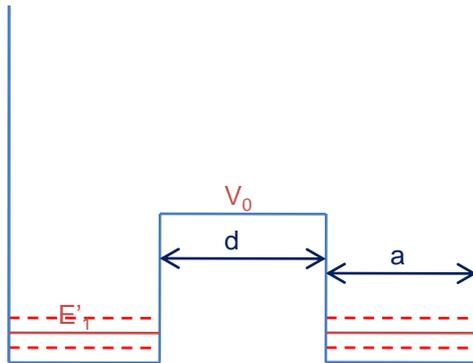
(Basdevant, Dalibard)

<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/>

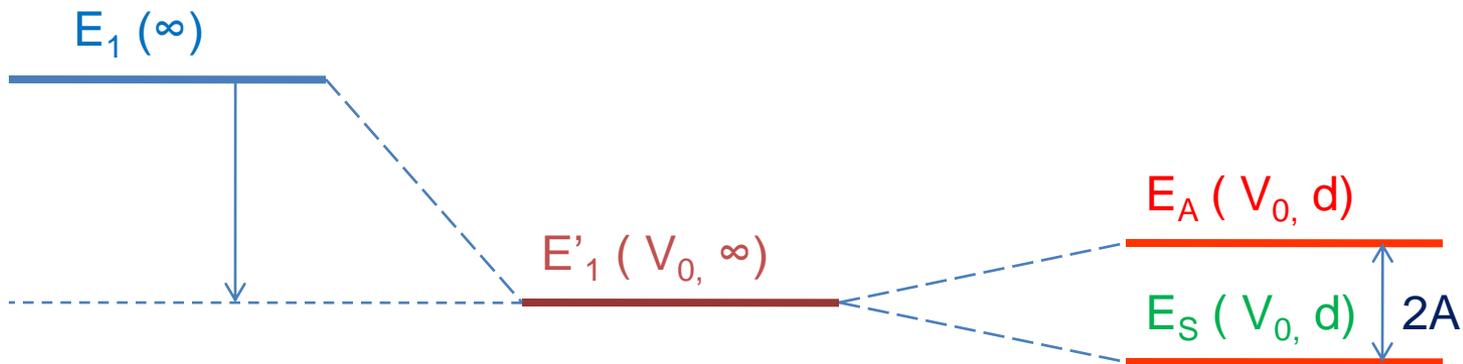
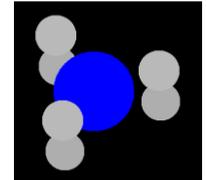


Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Premiers états stationnaires

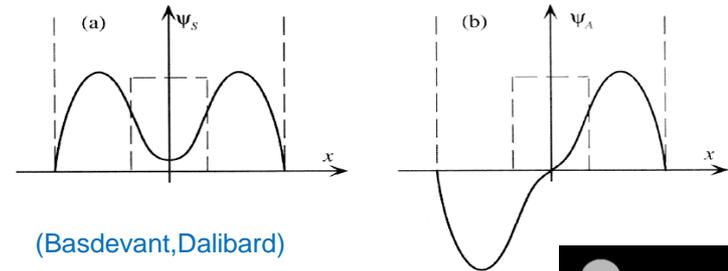
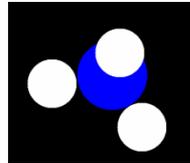
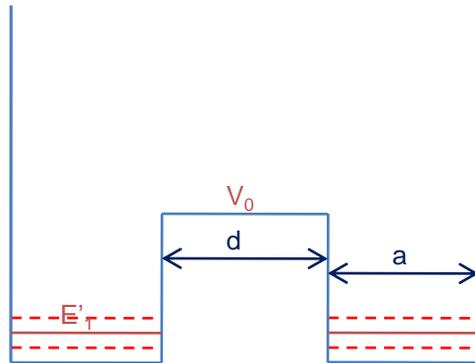


<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/>



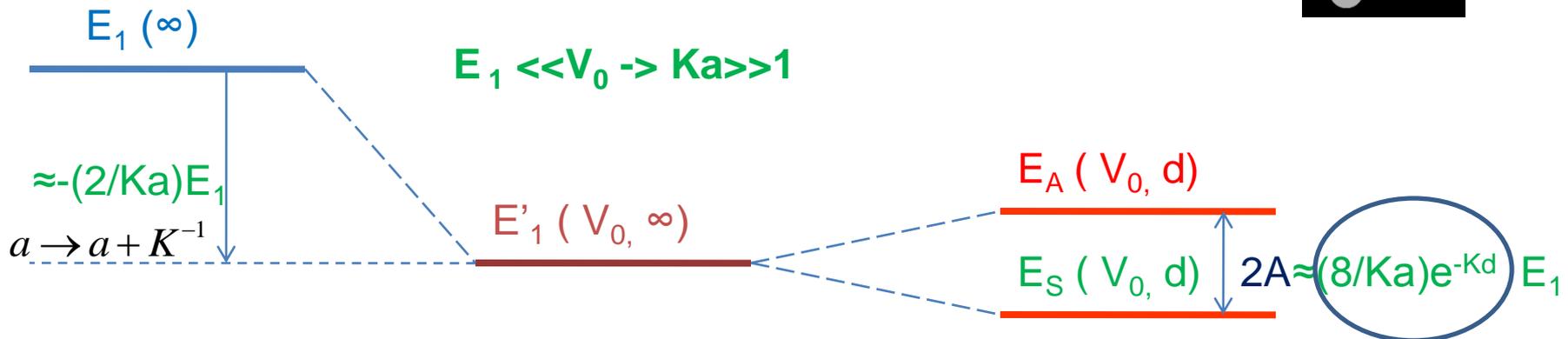
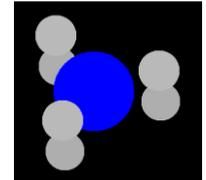
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Premiers états stationnaires



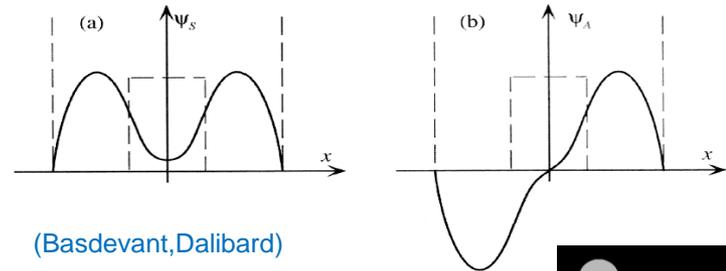
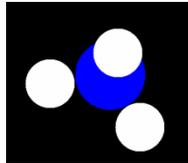
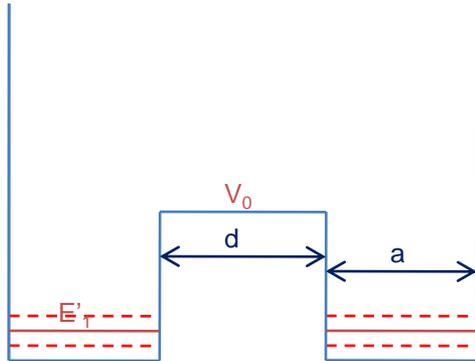
(Basdevant, Dalibard)

<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/>



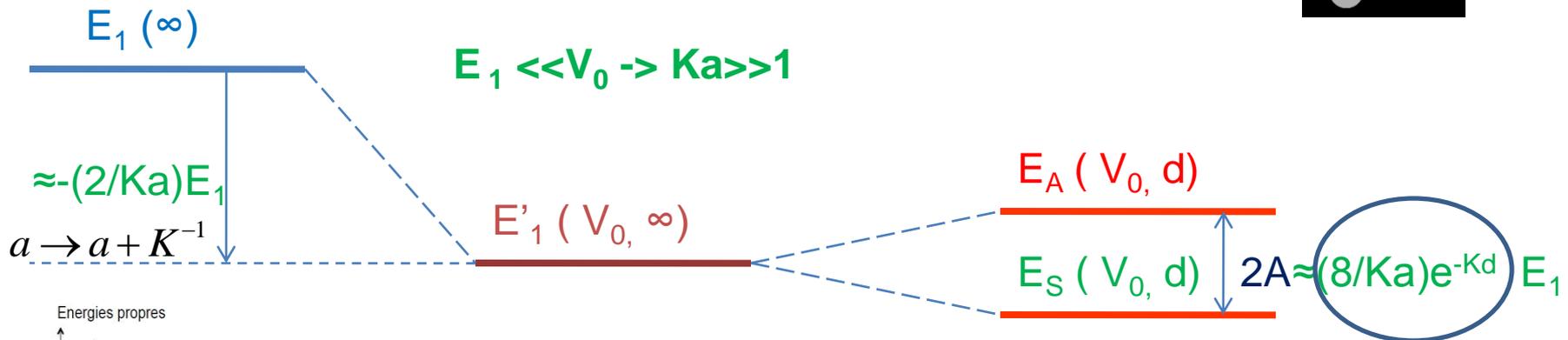
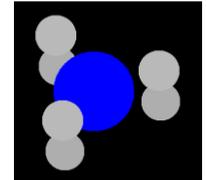
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Premiers états stationnaires

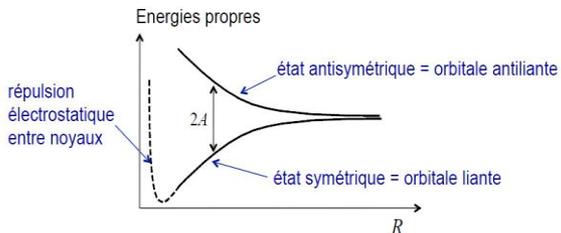


(Basdevant, Dalibard)

<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/>



$E_1 \ll V_0 \rightarrow Ka \gg 1$

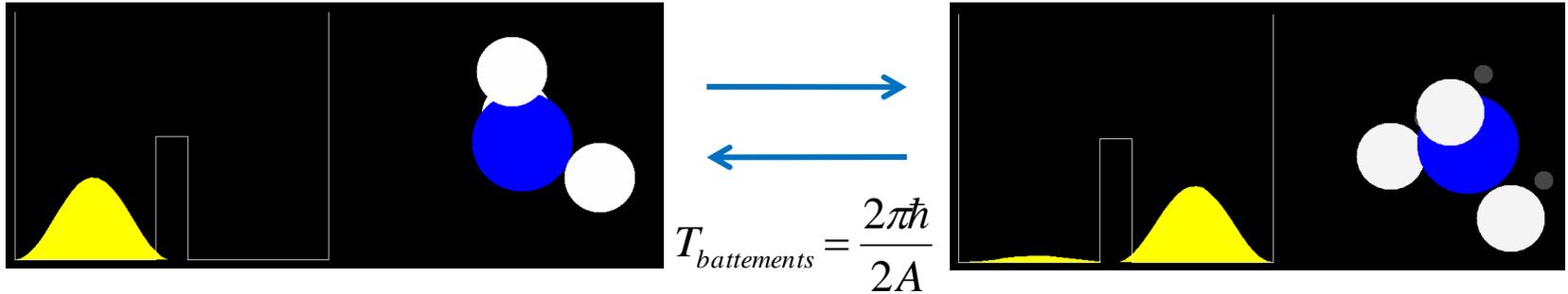


<http://www.phys.ens.fr/~dalibard/PHY311/2012/>

•Rôle fondamental de l'effet tunnel dans la formation des molécules en chimie...

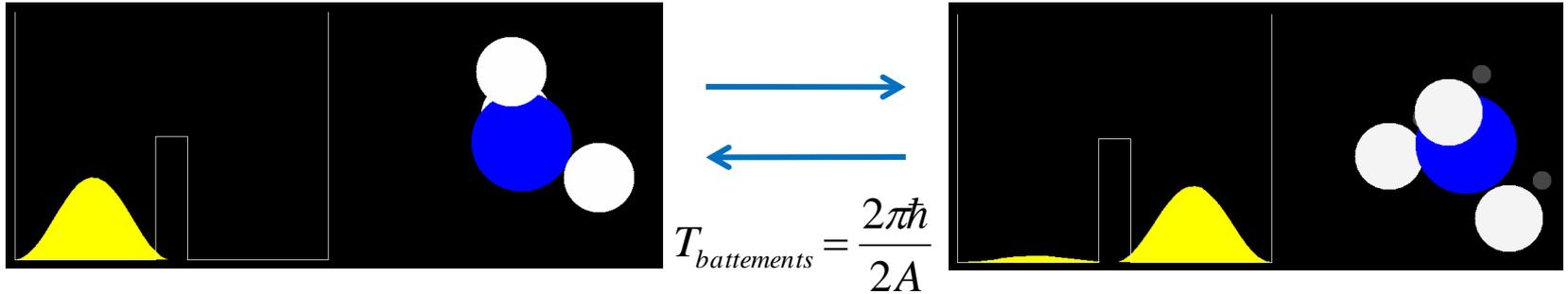
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Évolution temporelle



Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Évolution temporelle



- Particule confinée dans le puits de gauche

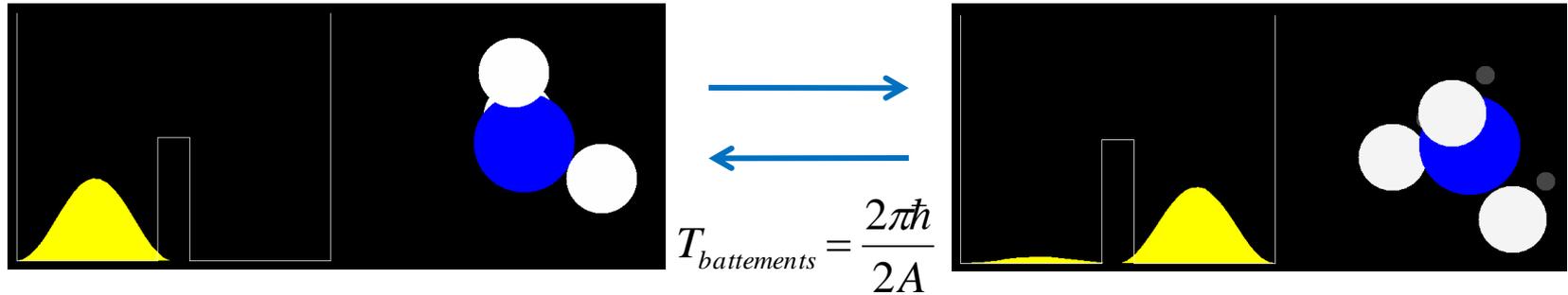
$$p = \pm \hbar\pi/a \Rightarrow \tau_{AR} = 2a/v = 2ma^2/\pi\hbar = \pi\hbar/E_1$$

- Amplitude de probabilité de franchissement

$$\sqrt{T} \approx \sqrt{\frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2}} e^{-2Kd} \approx \frac{4k}{K} e^{-Kd} = \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd}$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Évolution temporelle



- Particule confinée dans le puits de gauche

$$p = \pm \hbar\pi/a \Rightarrow \tau_{AR} = 2a/v = 2ma^2/\pi\hbar = \pi\hbar/E_1$$

- Amplitude de probabilité de franchissement

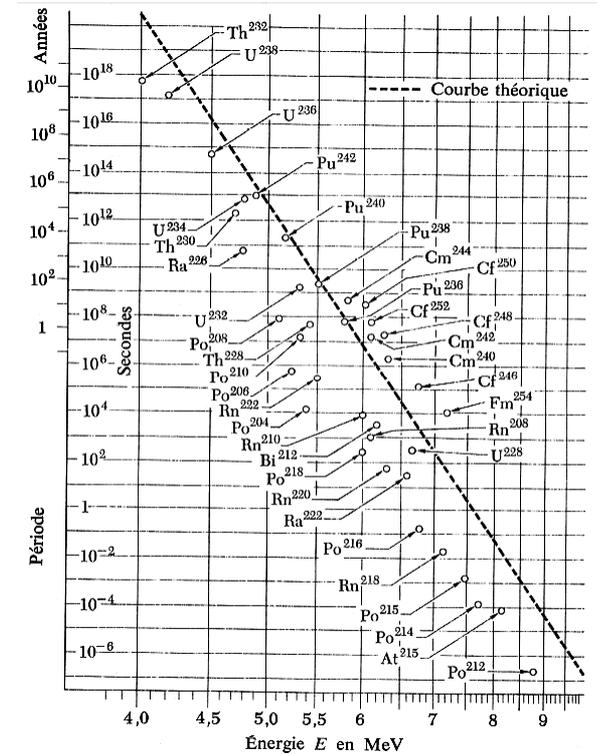
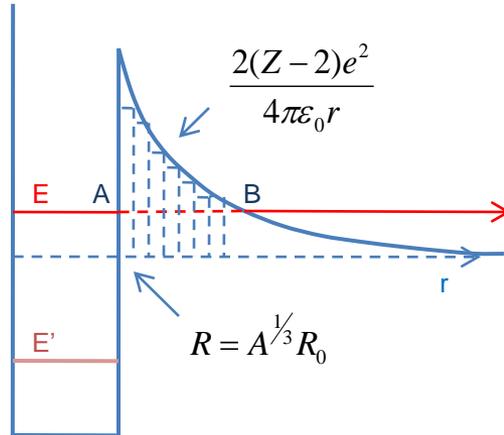
$$\sqrt{T} \approx \sqrt{\frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2}} e^{-2Kd} \approx \frac{4k}{K} e^{-Kd} = \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd}$$

- Rapport τ_{AR} à $T_{battements}$ /2 correspond \approx à cette amplitude

$$2 \frac{\tau_{AR}}{T_{battements}} \cong \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd} \Rightarrow 2A \cong \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd} E_1$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

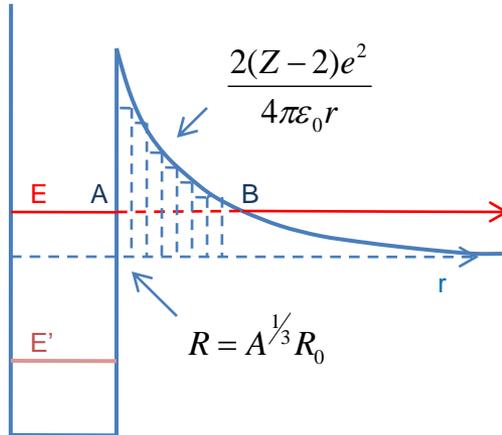
4. Effet Tunnel: Radioactivité Alpha



Berkeley vol.4

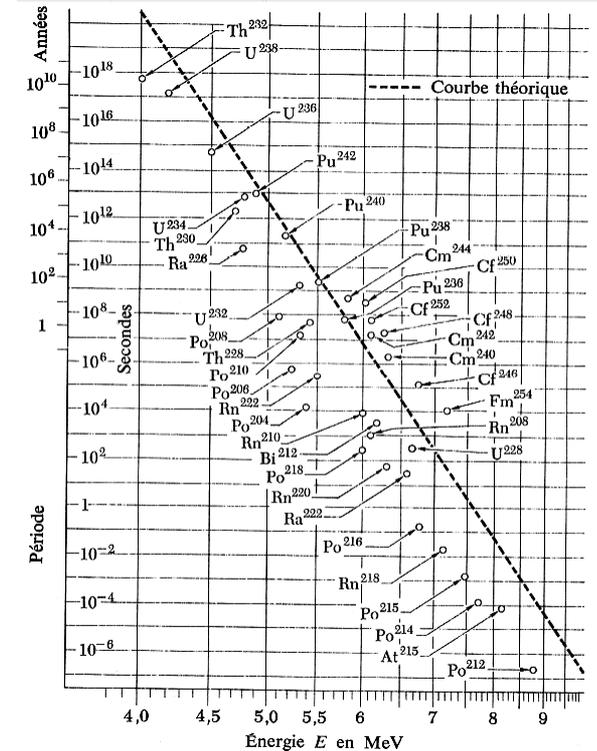
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

4. Effet Tunnel: Radioactivité Alpha



$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

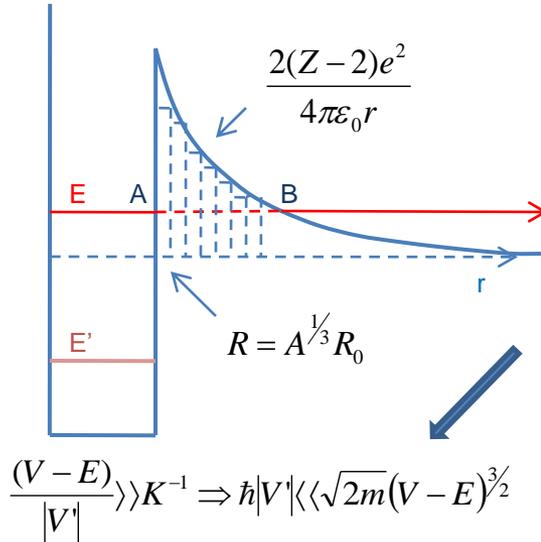
- Amplitude lentement variable (Rayleigh)
- Approximation WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin)



Berkeley vol.4

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

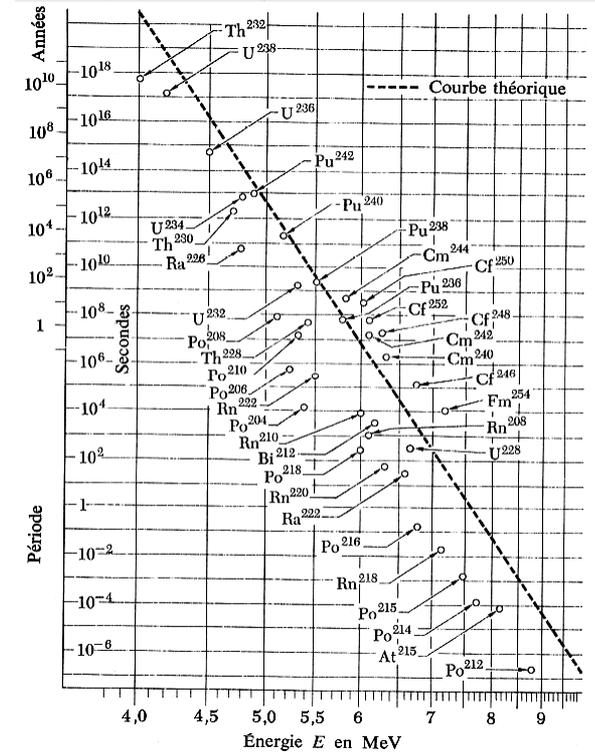
4. Effet Tunnel: Radioactivité Alpha



$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

- Amplitude lentement variable (Rayleigh)
- Approximation WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin)

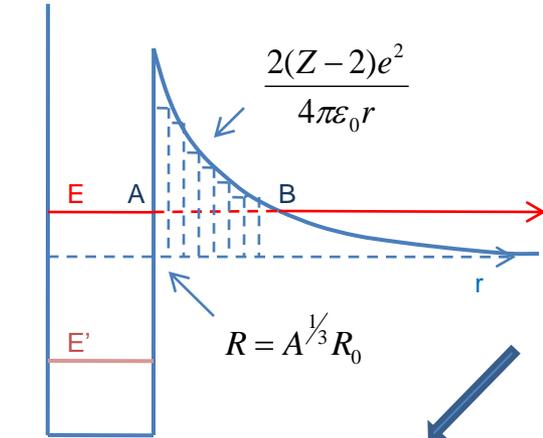
$$T \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int_A^B \sqrt{2m(V(r)-E)} dr}$$



Berkeley vol.4

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

4. Effet Tunnel: Radioactivité Alpha



$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

- Amplitude lentement variable (Rayleigh)
- Approximation WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin)

$$\frac{(V-E)}{|V|} \gg K^{-1} \Rightarrow \hbar |V| \ll \langle \sqrt{2m(V-E)} \rangle^3$$

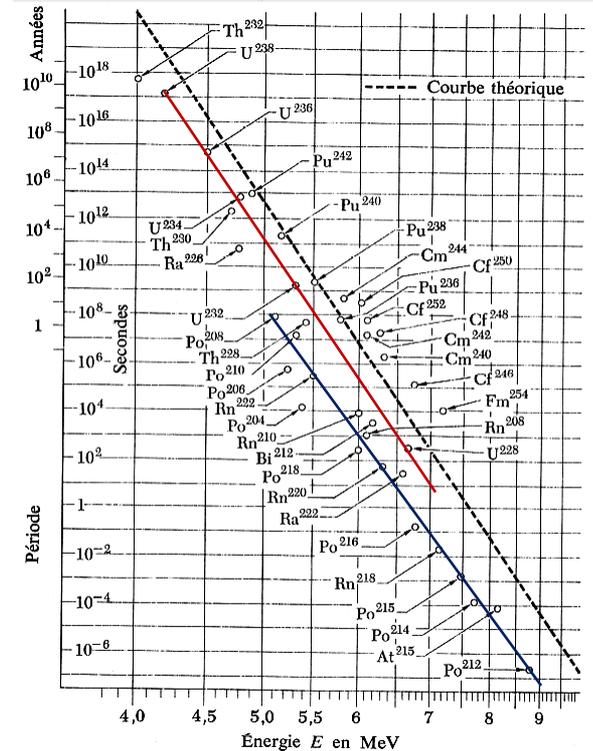
$$T \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int_A^B \sqrt{2m(V(r)-E)} dr}$$

Gamow (1928)

$$\begin{cases} \tau_0 = 2R/v \\ \tau_0 / \tau = T \end{cases} \Rightarrow \tau = B_1 e^{\frac{B_2(Z-2)}{\sqrt{E}}}$$

Geiger-Nuttall

$$\begin{cases} \tau_0 \approx 10^{-21} s \\ B_1 = \tau_0 e^{\frac{8e\sqrt{m(Z-2)R}}{\hbar}} \\ B_2 = \frac{2\pi e^2}{\hbar} \sqrt{2m} \end{cases}$$

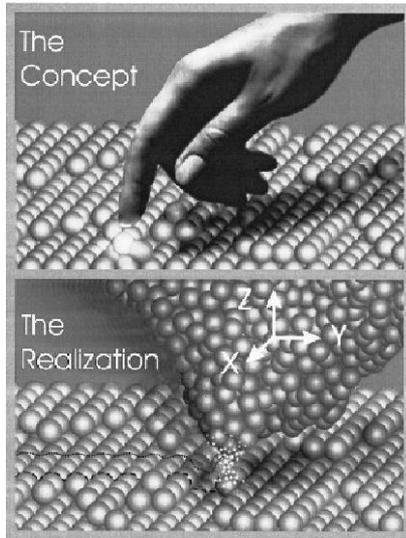


Berkeley vol.4

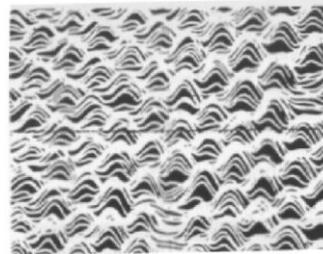
$$\ln(\tau) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{E}}\right)$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

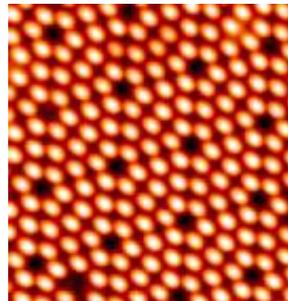
5. Effet Tunnel: Microscopie



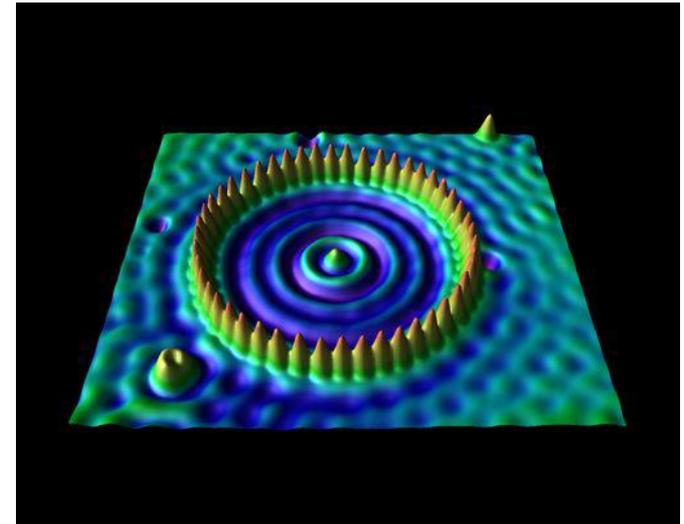
G. Binnig and H. Rohrer,
Rev. of Mod. Phys. 71 (1999)



Si(111)-7x7



<http://sondeslocales.fr/upload/documents/forum2011/cours/cours/Forum2011-Palmino.pdf>



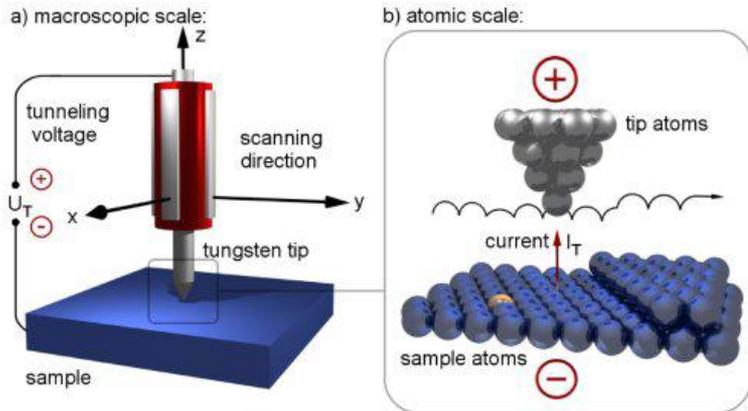
48 atomes de Fer rangés sur une surface de Cuivre (IBM)

<http://www.phys.ens.fr/~dalibard/PHY311/2012/>

- Premiers travaux de Binnig en 1978: profilomètre de résolution attendue quelques dizaines d'angströms
- Première réalisation de STM, Binnig et Rohrer en 1982, reconstruction de Si(111)-7x7 (APL, PRL)
- Microscopie Optique en champ proche (1984), AFM (1985)
- Nobel en 1986 (avec Ruska: microscopie électronique)
- 1991 plus de 1000 publications...

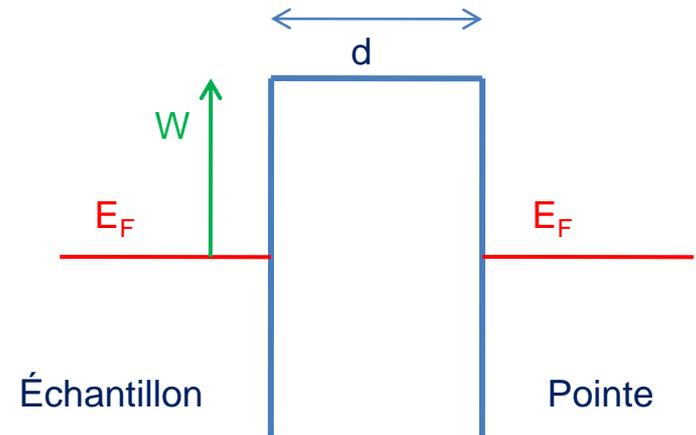
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie



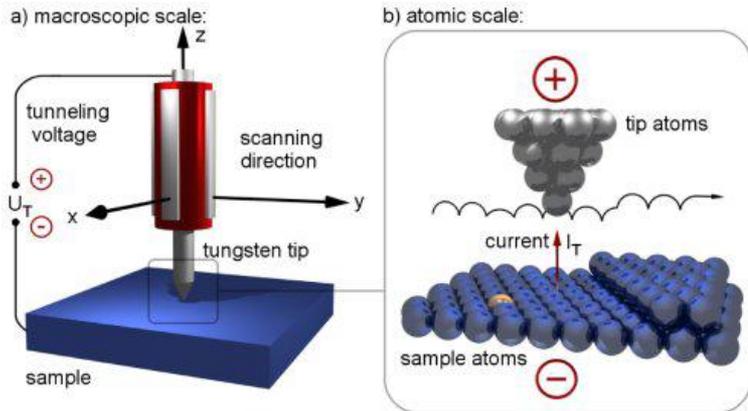
<http://www.ieap.uni-kiel.de>

- $kT \ll E_F, W$
- Pauli



Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie

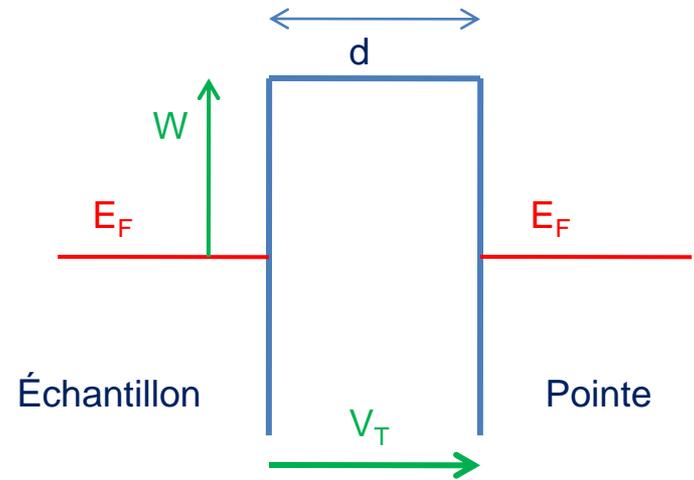


<http://www.ieap.uni-kiel.de>

- $kT \ll E_F, W$
- Pauli

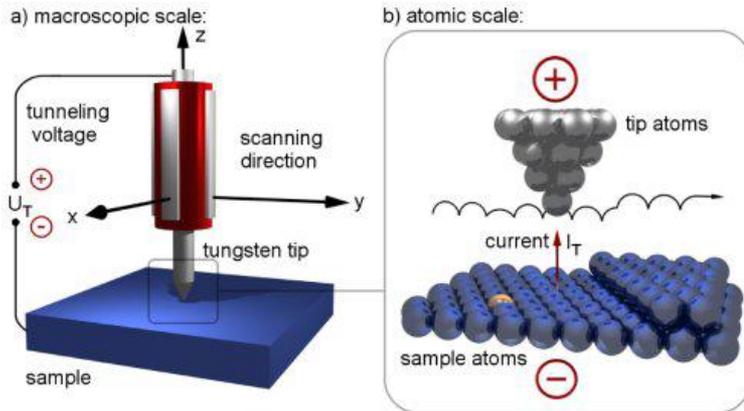


- $I_t = 0 \dots$
- Appliquer V_T



Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie

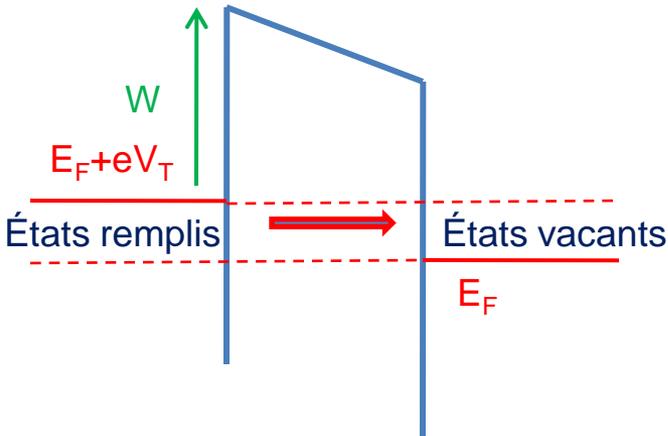
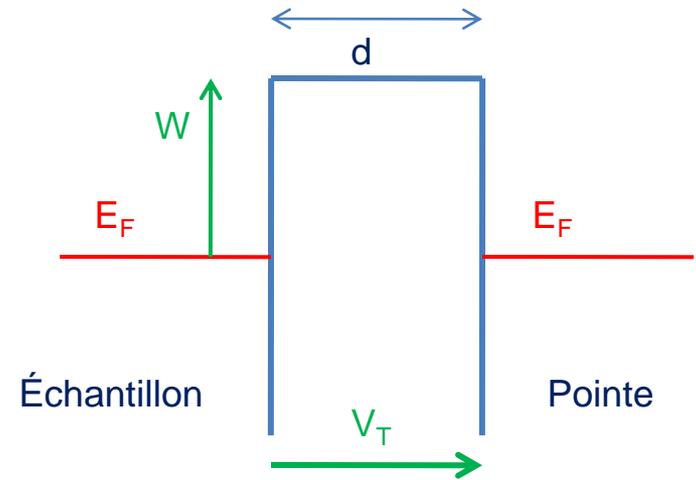


<http://www.ieap.uni-kiel.de>

- $kT \ll E_F, W$
- Pauli

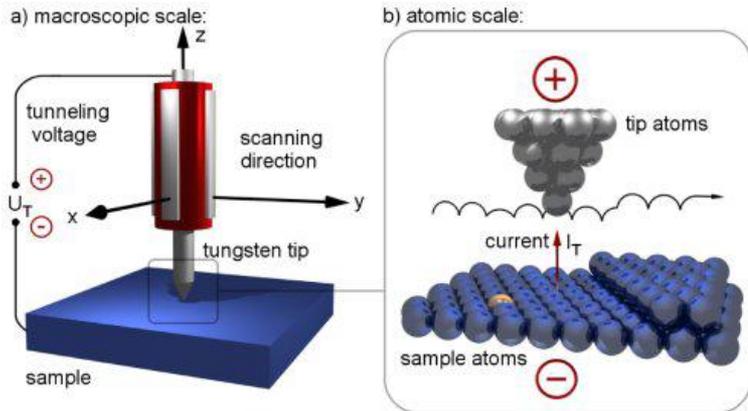


- $I_t = 0 \dots$
- Appliquer V_T



Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie

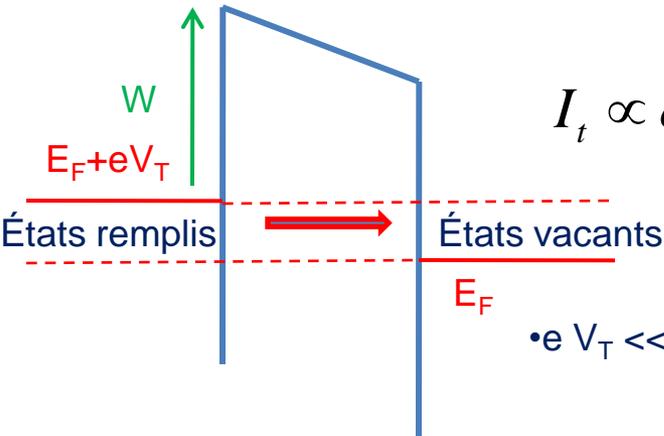
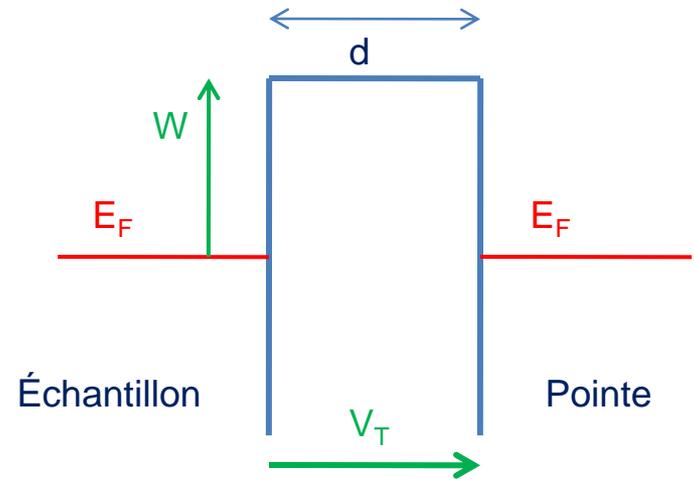


<http://www.ieap.uni-kiel.de>

- $kT \ll E_F, W$
- Pauli



- $I_t = 0 \dots$
- Appliquer V_T



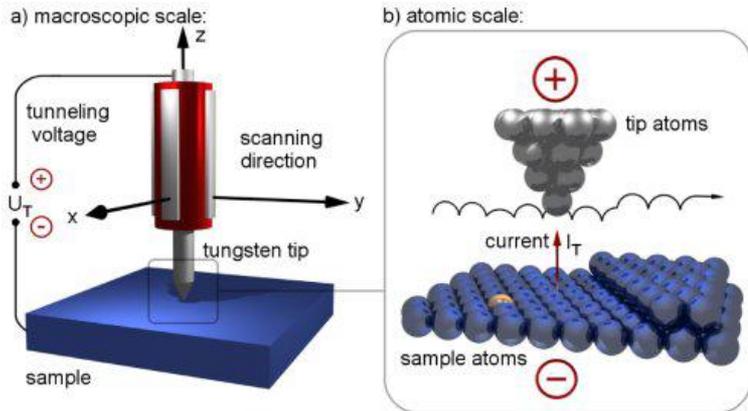
$$I_t \propto e^{-2\frac{\sqrt{2mW}}{\hbar}d} \approx e^{-\sqrt{W_{eV}}d_A}$$

• Si $W \approx 4 \text{ eV}$, $I_t \downarrow$ un ordre de grandeur quand d augmente de 1 \AA

- $eV_T \ll W, E_F$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

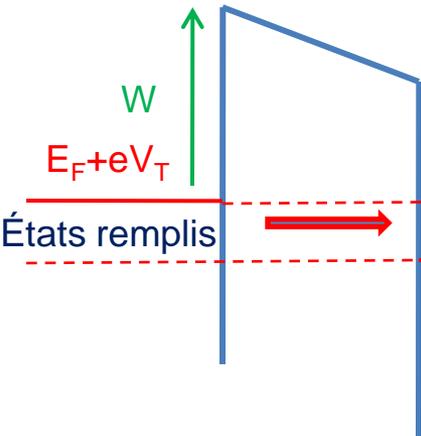
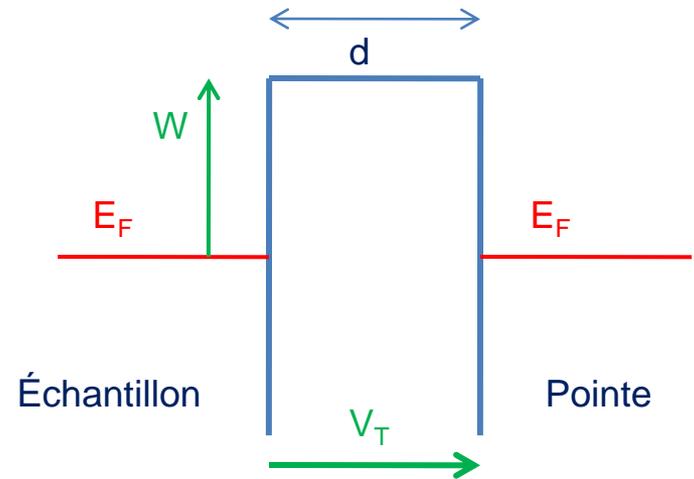
5. Effet Tunnel: Microscopie



<http://www.ieap.uni-kiel.de>

- $kT \ll E_F, W$
- Pauli

- $I_t = 0 \dots$
- Appliquer V_T



$$I_t \propto e^{-2\frac{\sqrt{2mW}}{\hbar}d} \approx e^{-\sqrt{W_{eV}}d_A}$$

• Si $W \approx 4$ eV, $I_t \downarrow$ un ordre de grandeur quand d augmente de 1 Å

$$I_t \propto \sum_{E_F \leq E_n \leq E_F + eV_T} eT(E_n) |\phi_n(z=0)|^2 \approx eT(E_F)(N(E_F + eV_T) - N(E_F))$$

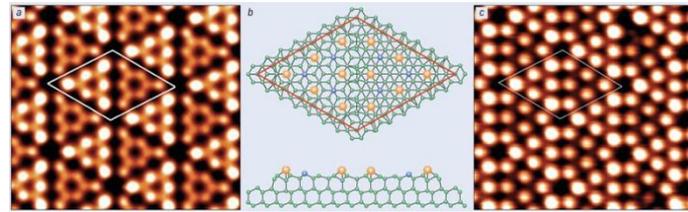
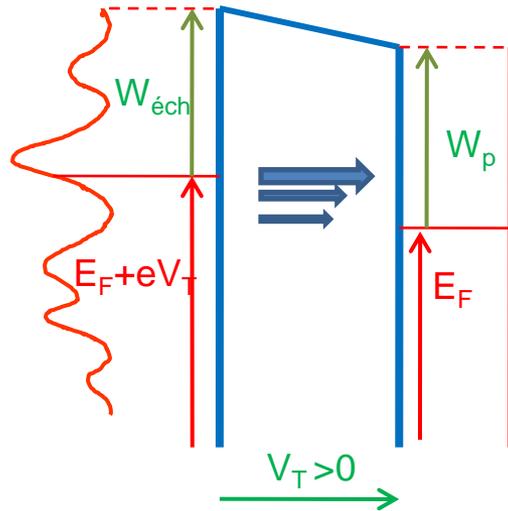
- $eV_T \ll W, E_F$

$$I_t(x, y) \propto e^2 V_T T(E_F) \rho_{éch}(E_F, x, y, z=0)$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

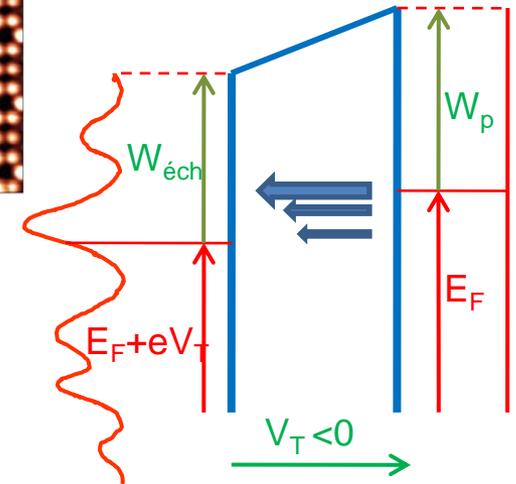
5. Effet Tunnel: Microscopie, spectroscopie

Modèle de Tersoff et Hamann étendu (Selloni)



États pleins (Si(111)-7x7) États vides

Y.L.Wang et al., Phys. rev. B, B70, 70:073312 (2004)



Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie, spectroscopie

Modèle de Tersoff et Hamann étendu (Selloni)



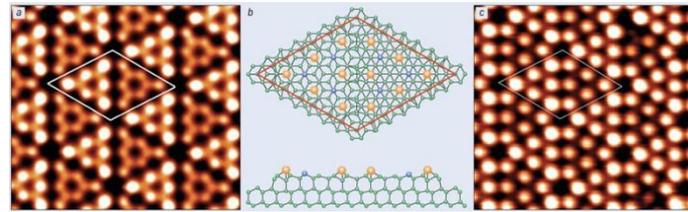
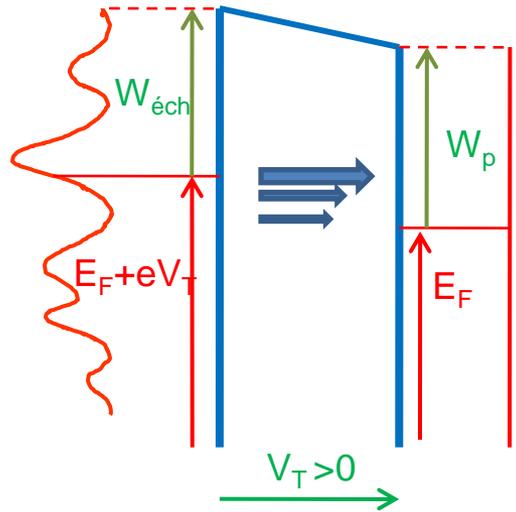
$$I_t(x, y) \propto \int_{E_F}^{E_F + eV_T} T(E, eV_T, r_0) \rho_{éch}(E, \vec{r}_0) \rho_{pointe}(E - eV_T, \vec{r}_0) dE$$

$$T(E, eV_T, z) = \exp\left(-\frac{2z(2m)^{1/2}}{\hbar} \left[\frac{W_{éch} + W_p}{2} + \frac{eV_T}{2} - (E - E_F) \right]^{1/2}\right)$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie, spectroscopie

Modèle de Tersoff et Hamann étendu (Selloni)

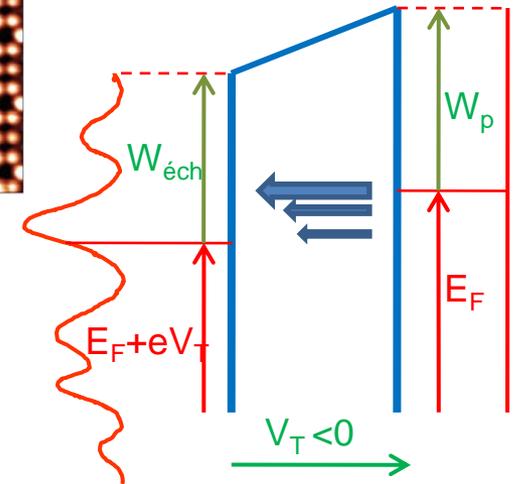


États pleins (Si(111)-7x7) États vides

Y.L.Wang et al., Phys. rev. B, B70, 70:073312 (2004)

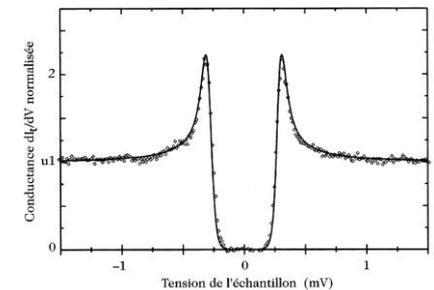
$$|eV_T| \langle \langle W_{éch}, W_p \rangle \rangle \Rightarrow \frac{dI_t}{dV_T} \propto \rho_{éch}(E_F + eV_T, \vec{r}_0)$$

• Métaux, supraconducteurs



$$I_t(x, y) \propto \int_{E_F}^{E_F + eV_T} T(E, eV_T, r_0) \rho_{éch}(E, \vec{r}_0) \rho_{pointe}(E - eV_T, \vec{r}_0) dE$$

$$T(E, eV_T, z) = \exp\left(-\frac{2z(2m)^{1/2}}{\hbar} \left[\frac{W_{éch} + W_p}{2} + \frac{eV_T}{2} - (E - E_F) \right]^{1/2}\right)$$

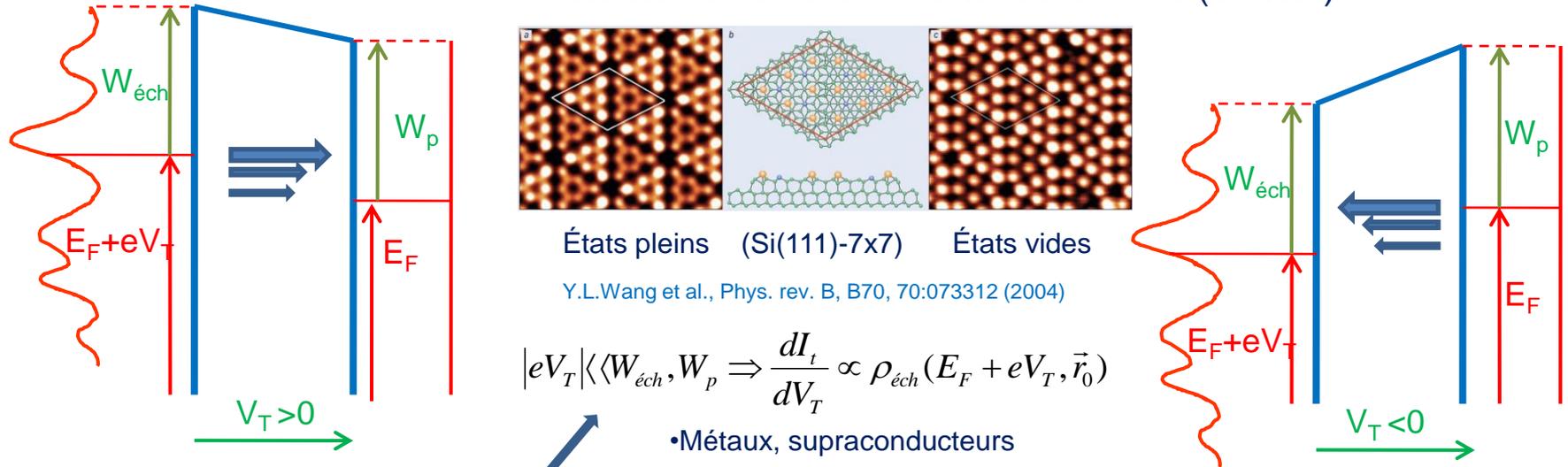


B.Sacépé et al., Phys Rev Lett., 96:97006(2006)

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie, spectroscopie

Modèle de Tersoff et Hamann étendu (Selloni)



$$|eV_T| \langle \langle W_{éch}, W_p \rangle \rangle \Rightarrow \frac{dI_t}{dV_T} \propto \rho_{éch}(E_F + eV_T, \vec{r}_0)$$

• Métaux, supraconducteurs

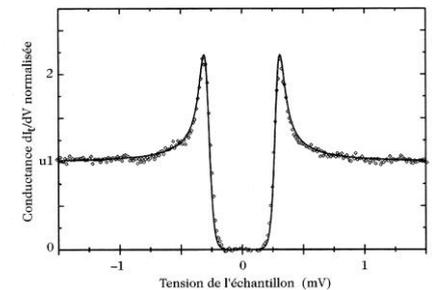
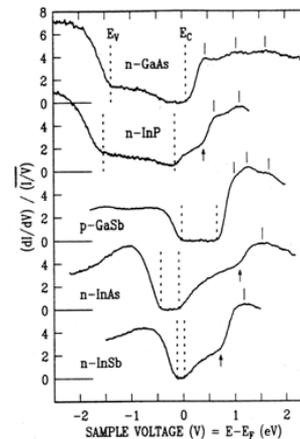
$$I_t(x, y) \propto \int_{E_F}^{E_F + eV_T} T(E, eV_T, r_0) \rho_{éch}(E, \vec{r}_0) \rho_{pointe}(E - eV_T, \vec{r}_0) dE$$

$$T(E, eV_T, z) = \exp\left(-\frac{2z(2m)^{1/2}}{\hbar} \left[\frac{W_{éch} + W_p}{2} + \frac{eV_T}{2} - (E - E_F) \right]^{1/2}\right)$$

• Semi-conducteurs

R.M.Feenstra, Phys Rev B, 50, 4561(1994)

$$\frac{dI_t}{dV_T} \approx \frac{\rho_{éch}(E_F + eV_T, \vec{r}_0)}{(1/eV_T) \int_{E_F}^{E_F + eV_T} \rho_{éch}(E, \vec{r}_0) dE}$$



B.Sacépé et al., Phys Rev Lett., 96:97006(2006)

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

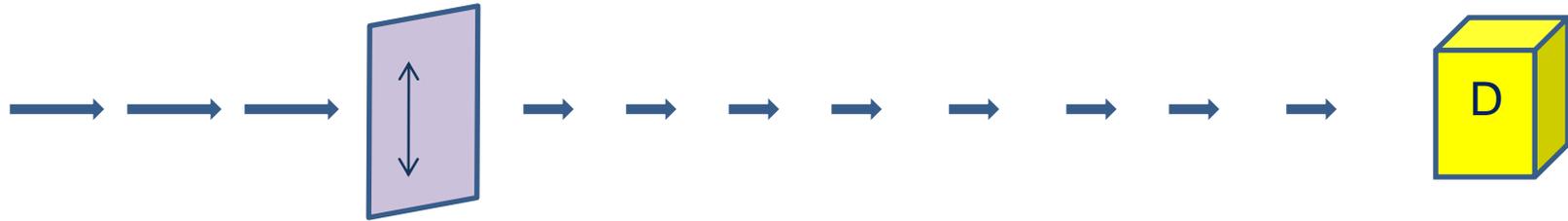
Conclusions

- Rôle du confinement dans la quantification
- Influence de la délocalisation sur l'abaissement de l'énergie des différents niveaux
- Cohérence d'une description ondulatoire et de l'effet tunnel associé avec les résultats expérimentaux
- Rôle de l'effet tunnel sur la formation de liaisons chimiques

- Mesure?
- Indiscernabilité?

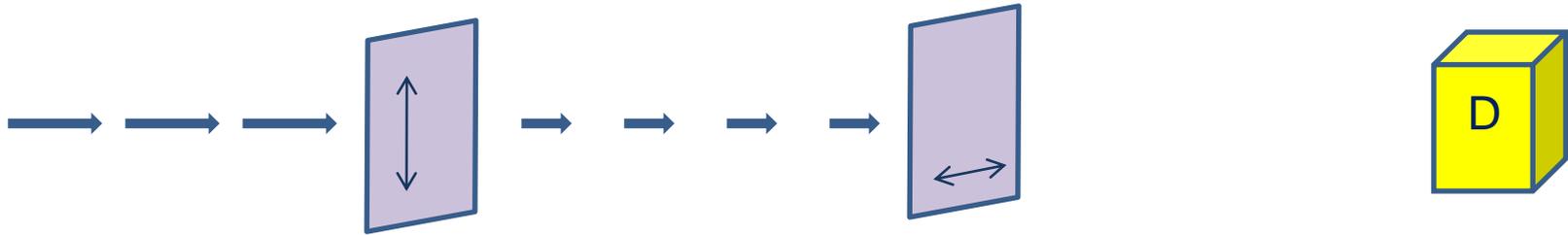
Photons et polarisation

1. Mesures sur une base de PR



Photons et polarisation

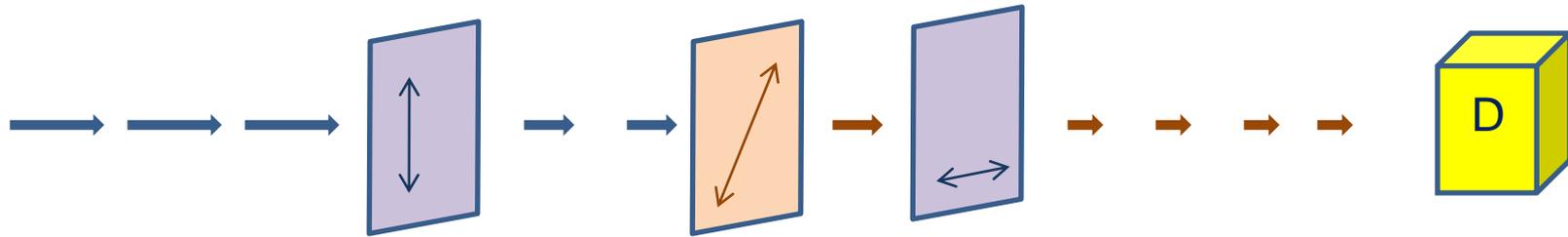
1. Mesures sur une base de PR



- PR verticale et horizontale forment une base orthogonale des états de polarisation
- La mesure se fait par projection sur un des états de la base, modification de l'état du système

Photons et polarisation

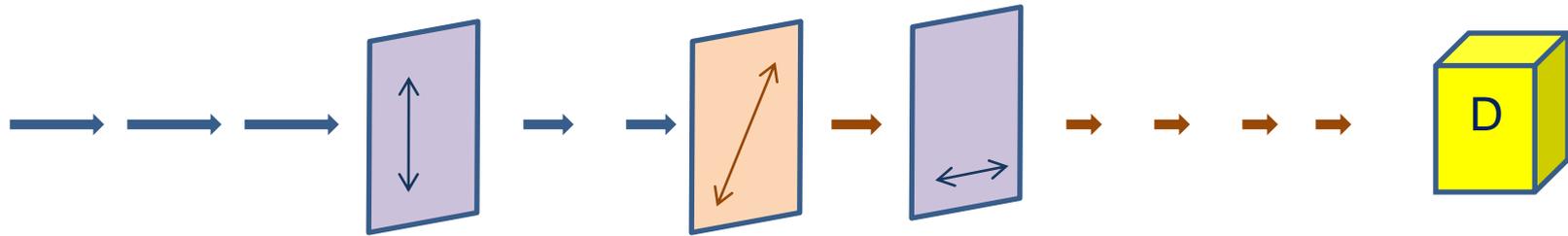
1. Mesures sur une base de PR



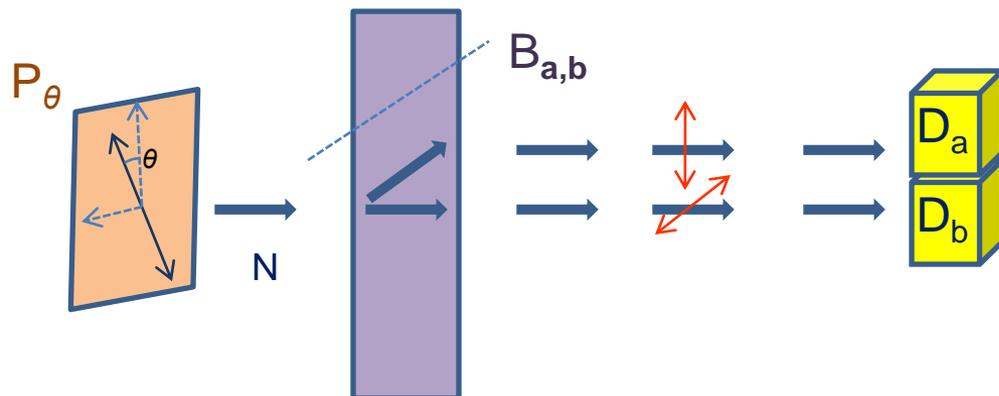
- PR verticale et horizontale forment une base orthogonale des états de polarisation
- La mesure se fait par projection sur un des états de la base, modification de l'état du système
- La mesure d'un état oblique est incompatible avec celle d'un état h ou v
- La logique quantique diffère profondément de la logique classique...
 - (50% des hommes bruns sont des femmes!...?)

Photons et polarisation

1. Mesures sur une base de PR

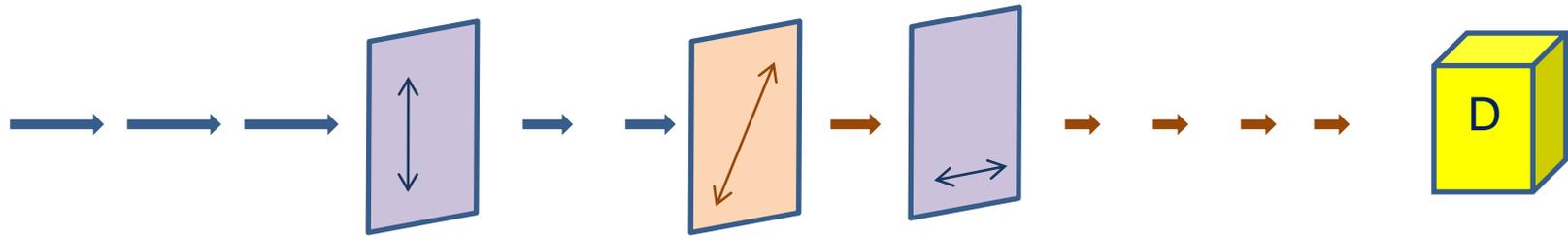


- PR verticale et horizontale forment une base orthogonale des états de polarisation
- La mesure se fait par projection sur un des états de la base, modification de l'état du système
- La mesure d'un état oblique est incompatible avec celle d'un état h ou v
- La logique quantique diffère profondément de la logique classique...
 - (50% des hommes bruns sont des femmes!...?)

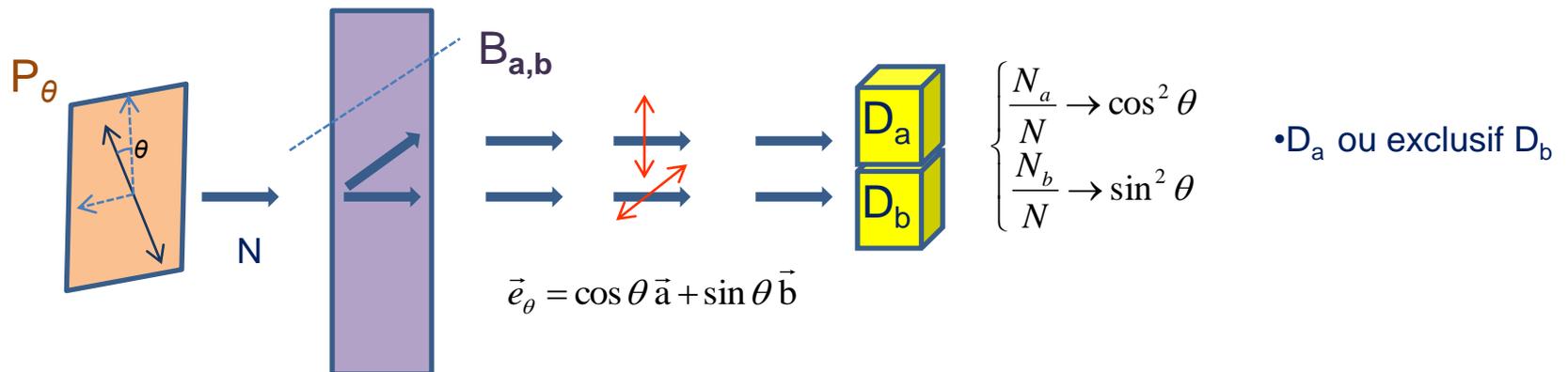


Photons et polarisation

1. Mesures sur une base de PR

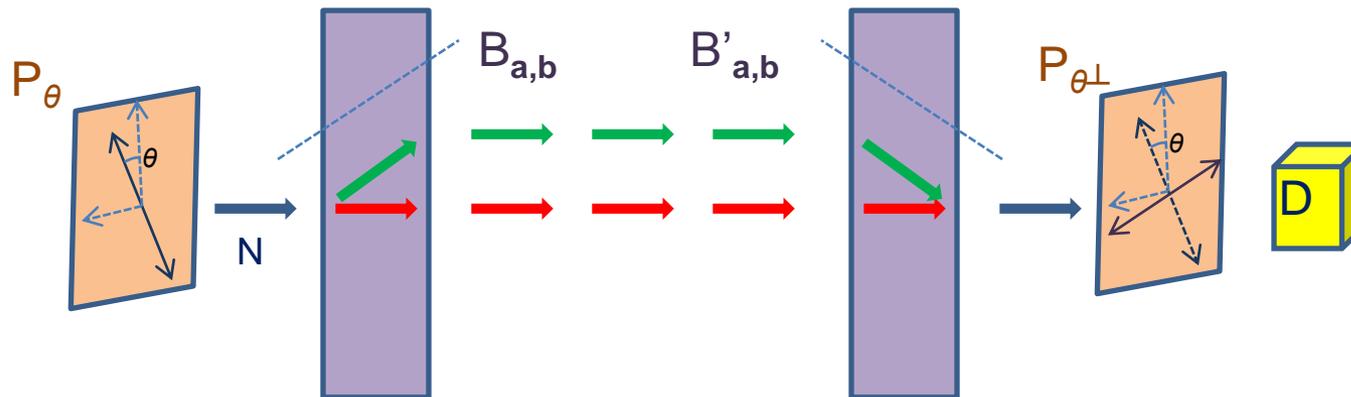


- PR verticale et horizontale forment une base orthogonale des états de polarisation
- La mesure se fait par projection sur un des états de la base, modification de l'état du système
- La mesure d'un état oblique est incompatible avec celle d'un état h ou v
- La logique quantique diffère profondément de la logique classique...
 - (50% des hommes bruns sont des femmes!...?)



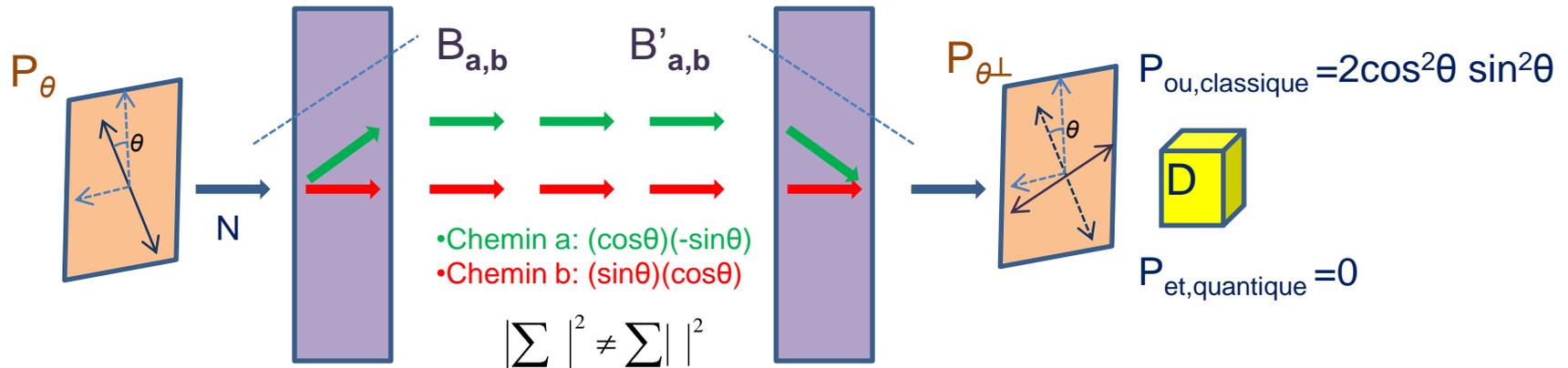
Photons et polarisation

2. Expérience à choix multiple



Photons et polarisation

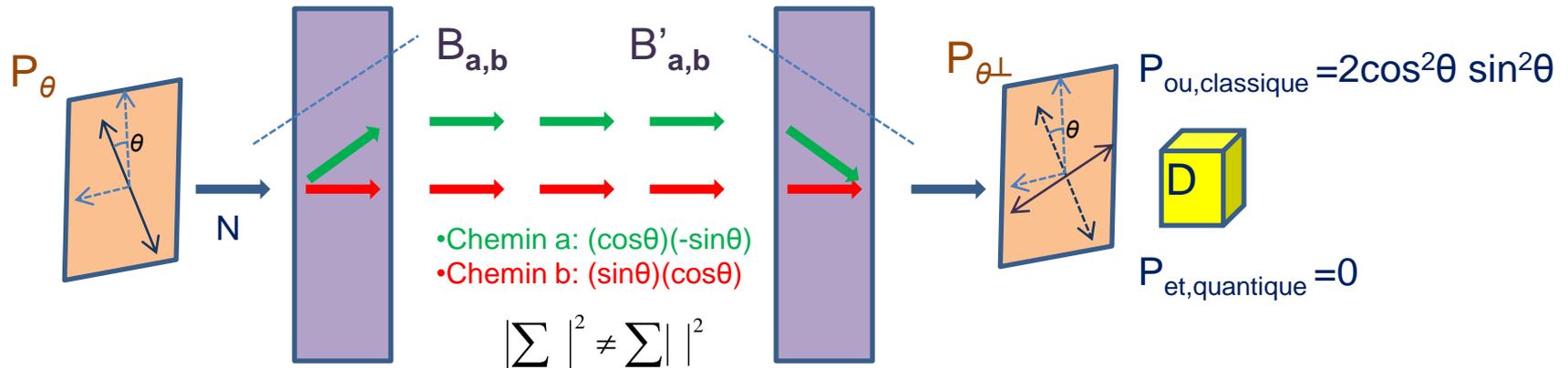
2. Expérience à choix multiple



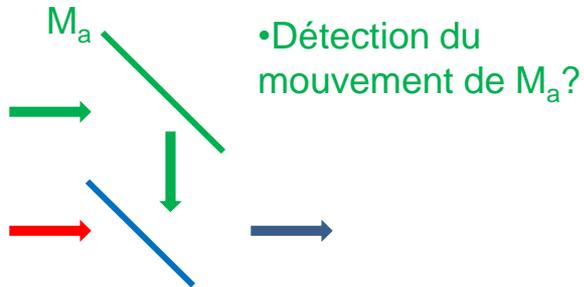
- Linéarité, mais pas sur les probabilités → amplitude de probabilité
- « et »: on ne connaît pas le chemin pris par un photon (explore tous les possibles)

Photons et polarisation

2. Expérience à choix multiple

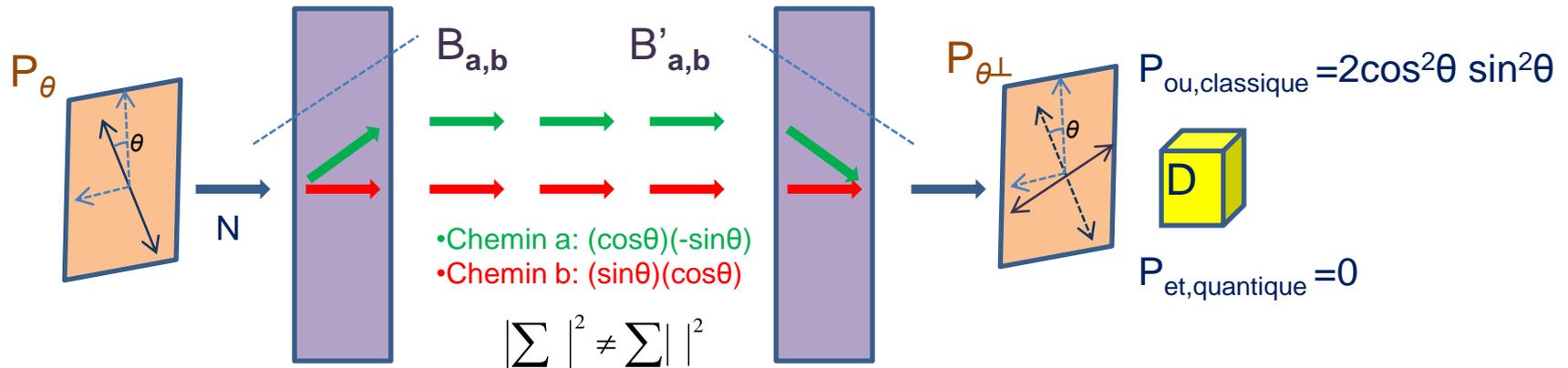


- Linéarité, mais pas sur les probabilités → amplitude de probabilité
- « et »: on ne connaît pas le chemin pris par un photon (explore tous les possibles)

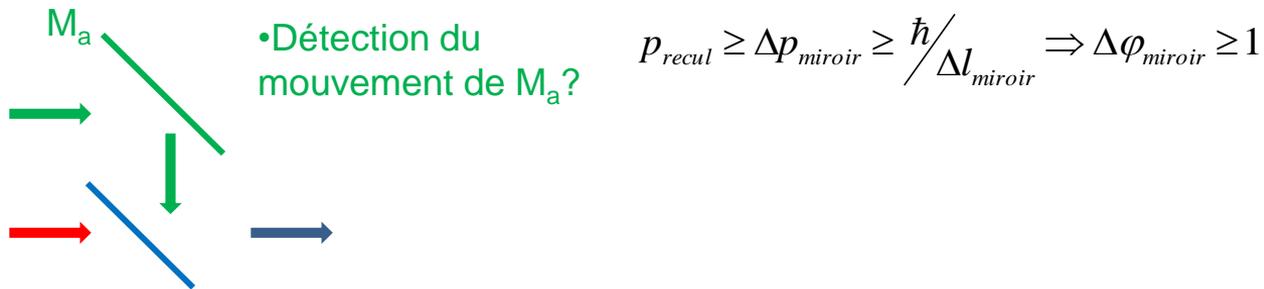


Photons et polarisation

2. Expérience à choix multiple

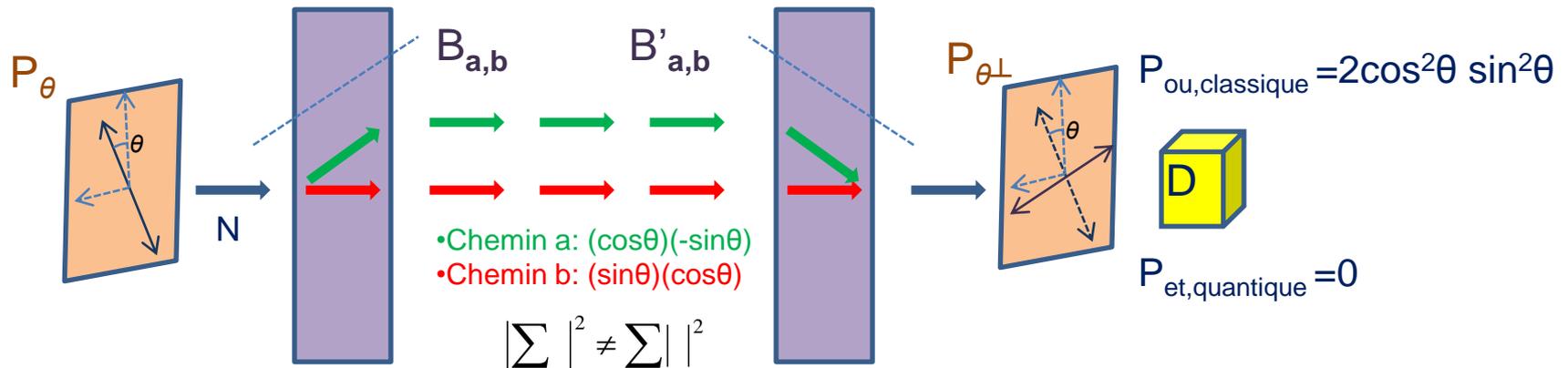


- Linéarité, mais pas sur les probabilités → amplitude de probabilité
- « et »: on ne connaît pas le chemin pris par un photon (explore tous les possibles)

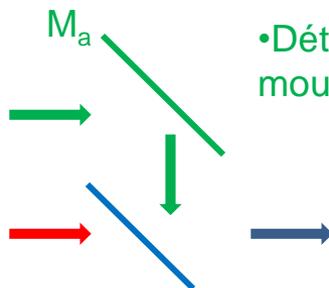


Photons et polarisation

2. Expérience à choix multiple



- Linéarité, mais pas sur les probabilités → amplitude de probabilité
- « et »: on ne connaît pas le chemin pris par un photon (explore tous les possibles)



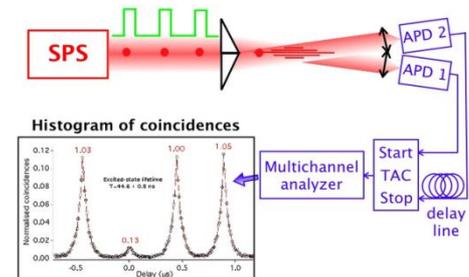
• Détection du mouvement de M_a ?

$$p_{recul} \geq \Delta p_{miroir} \geq \frac{\hbar}{\Delta l_{miroir}} \Rightarrow \Delta \varphi_{miroir} \geq 1$$

• Existence des photons?

• Expériences d'anticorrélation:

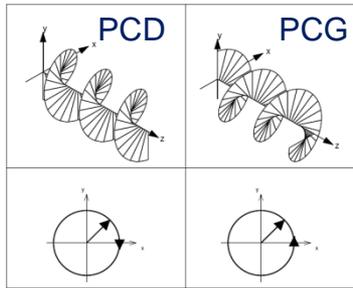
- R. Hanbury-Brown et R.Q. Twiss (1956)
- P. Grangier, G. Roger, A. Aspect (1986)



http://www.physique.ens-cachan.fr/old/franges_photon/anticorrelation.htm
 J.F.Roch, F. Treussart, P. Grangier

Photons et polarisation

3. Polarisations circulaires

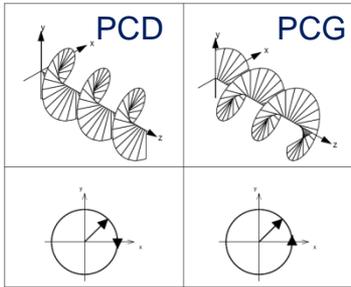


<http://www.physics.metu.edu.tr/~sturgut/p507/pol.pdf>

- PCG, PCD base équivalente à toute base de PR \perp
- Projecteur sur PCD: $P_{CD} (\lambda/4_{xy} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{yx})$
- Projecteur sur PCG: $P_{CG} (\lambda/4_{yx} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{xy})$

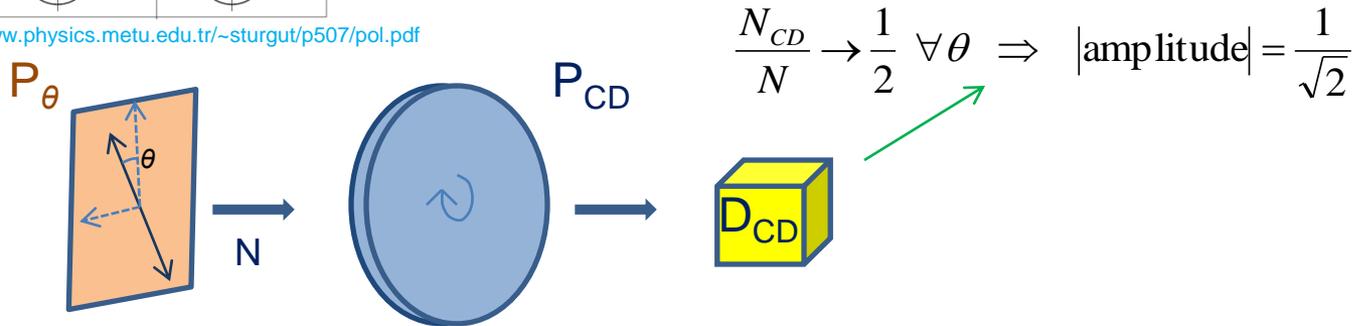
Photons et polarisation

3. Polarisations circulaires



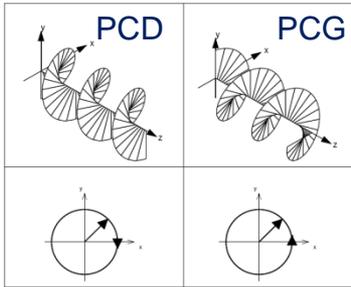
- PCG, PCD base équivalente à toute base de PR \perp
- Projecteur sur PCD: $P_{CD} (\lambda/4_{xy} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{yx})$
- Projecteur sur PCG: $P_{CG} (\lambda/4_{yx} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{xy})$

<http://www.physics.metu.edu.tr/~sturgut/p507/pol.pdf>



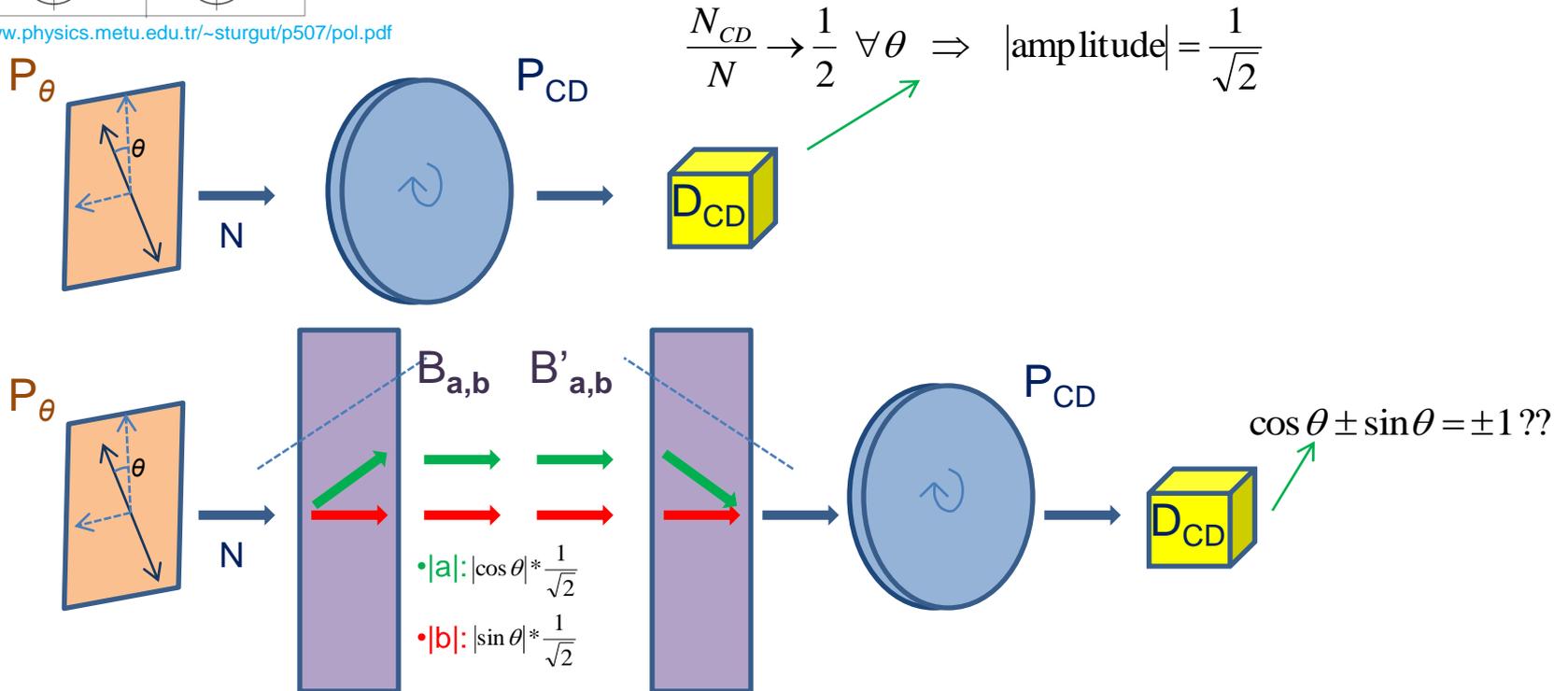
Photons et polarisation

3. Polarisations circulaires



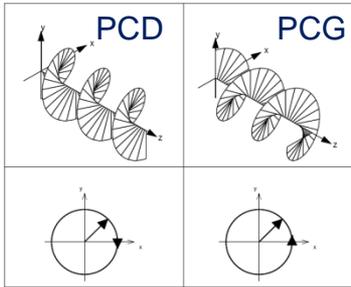
- PCG, PCD base équivalente à toute base de PR \perp
- Projecteur sur PCD: $P_{CD} (\lambda/4_{xy} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{yx})$
- Projecteur sur PCG: $P_{CG} (\lambda/4_{yx} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{xy})$

<http://www.physics.metu.edu.tr/~sturgut/p507/pol.pdf>



Photons et polarisation

3. Polarisations circulaires

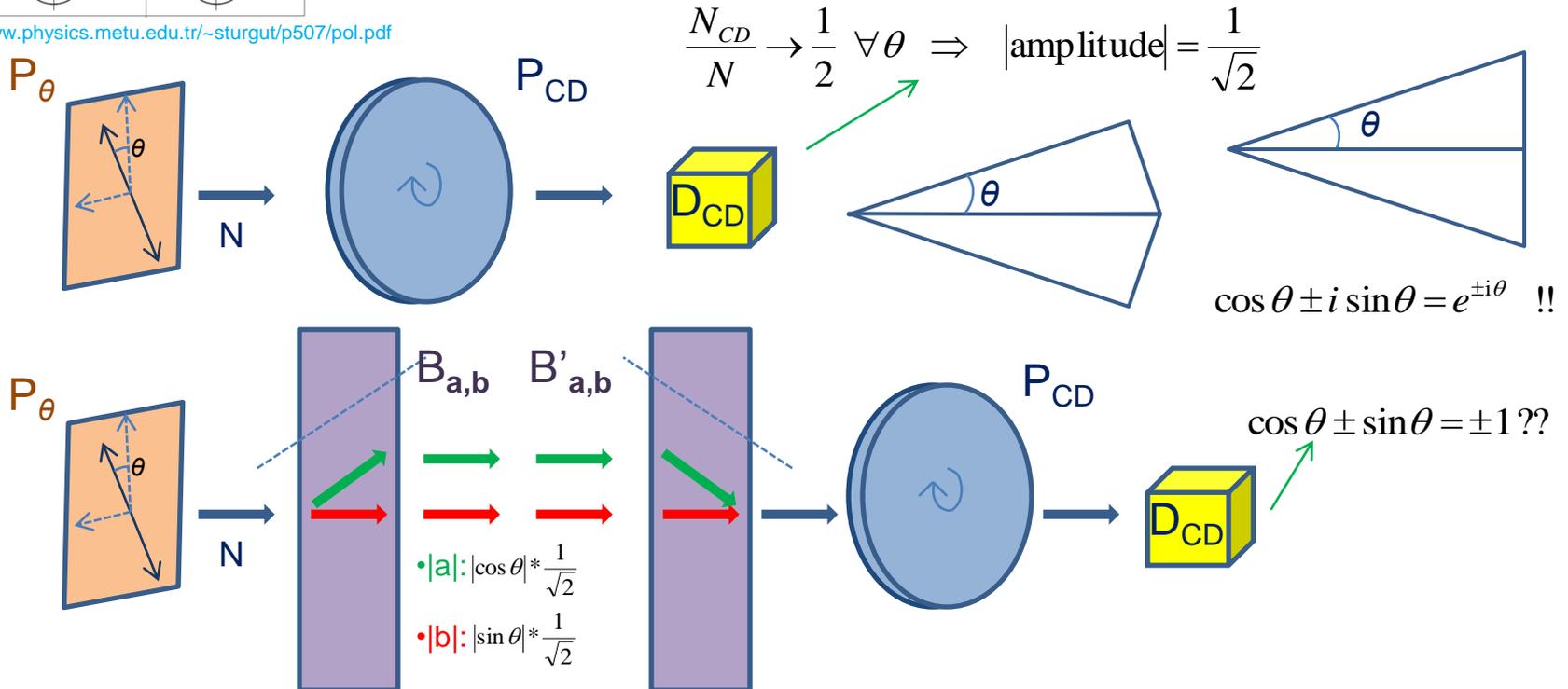


•PCG,PCD base équivalente à toute base de PR \perp

•Projecteur sur PCD: P_{CD} ($\lambda/4_{xy} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{yx}$)

•Projecteur sur PCG: P_{CG} ($\lambda/4_{yx} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{xy}$)

<http://www.physics.metu.edu.tr/~sturgut/p507/pol.pdf>



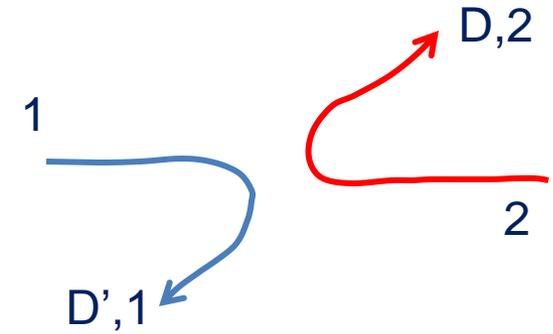
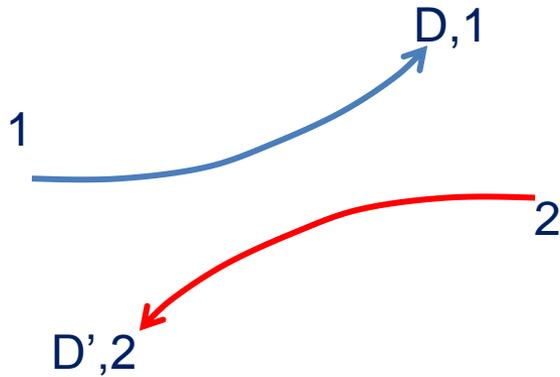
Photons et polarisation

Conclusions

- Amplitudes de probabilités dont le module au carré donne P
- Nécessité de travailler sur les complexes
- Mesure d'une grandeur physique pour un système à deux états:
 - Base d'états propres
 - Linéarité
 - Réduction de paquet d'onde

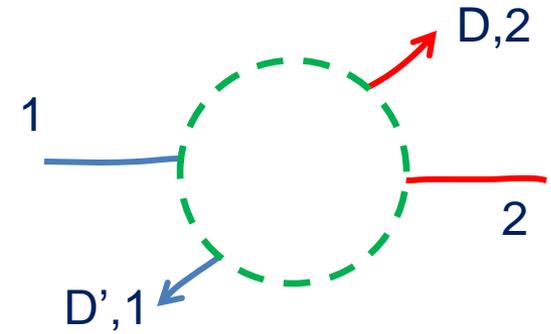
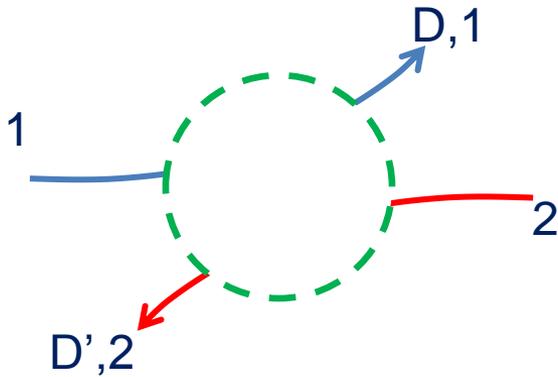
Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde



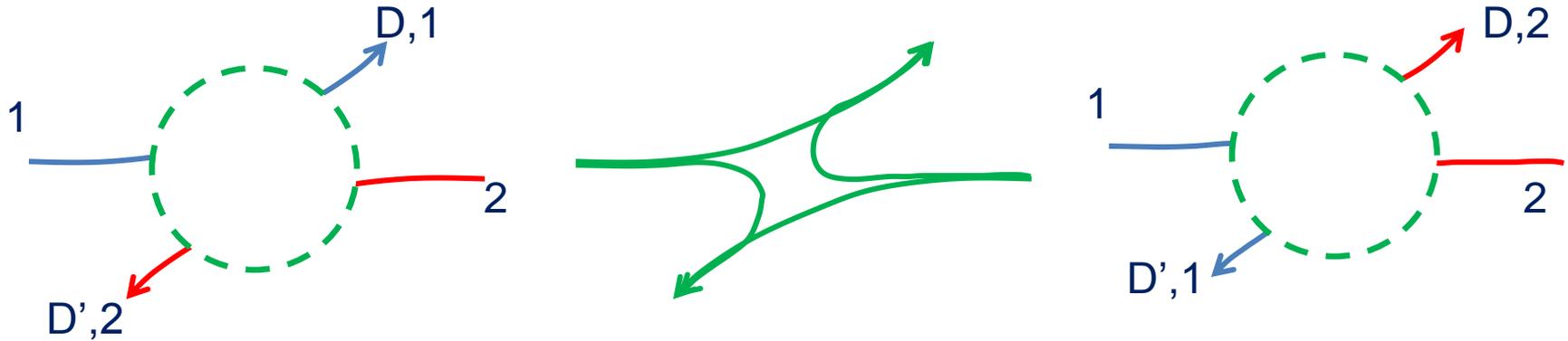
Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde



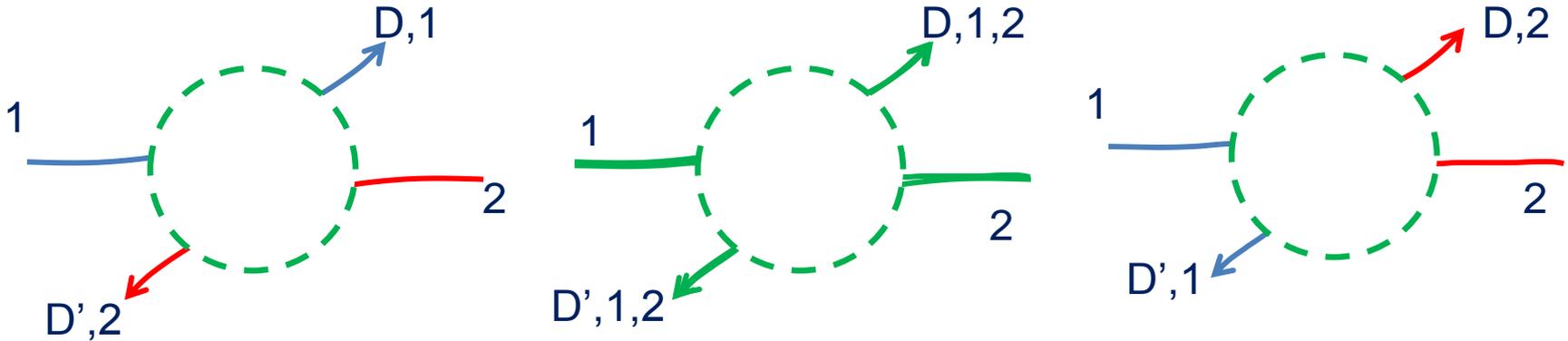
Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde



Indiscernabilité: Fermions et bosons

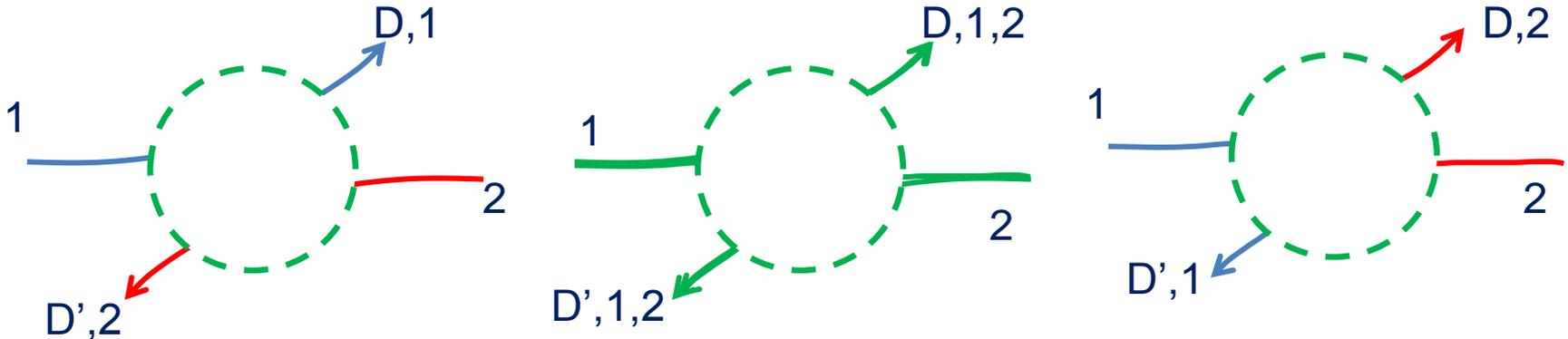
1. Indiscernabilité et fonction d'onde



$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \Rightarrow \psi(1,2) = e^{i\delta} \psi(2,1) \Rightarrow \text{en itérant } e^{i\delta} = \pm 1$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde



$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \Rightarrow \psi(1,2) = e^{i\delta} \psi(2,1) \Rightarrow \text{en itérant } e^{i\delta} = \pm 1$$

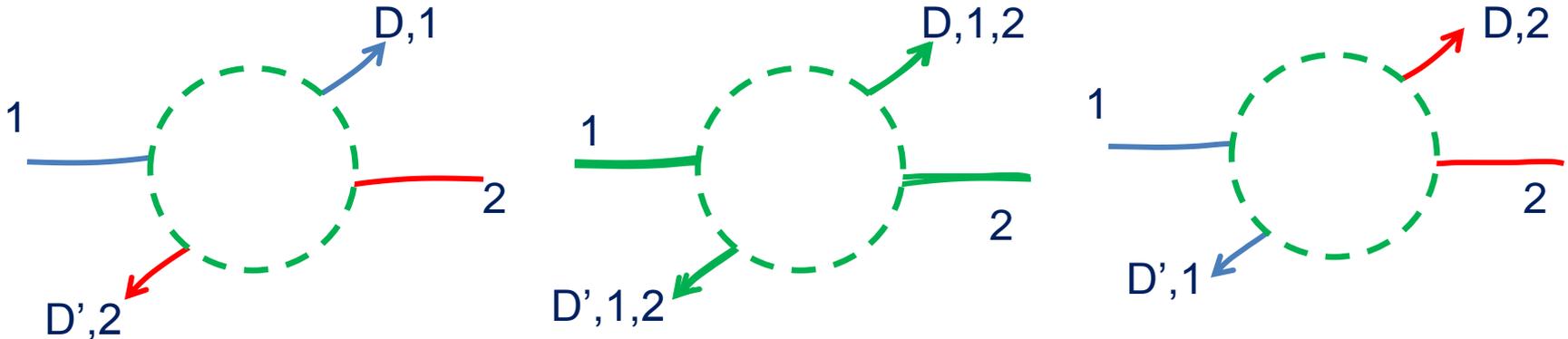
• Particules distinctes en D: $|f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2$

• Bosons en D: $|f(\theta) + f(\pi-\theta)|^2$

• Fermions en D: $|f(\theta) - f(\pi-\theta)|^2$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde

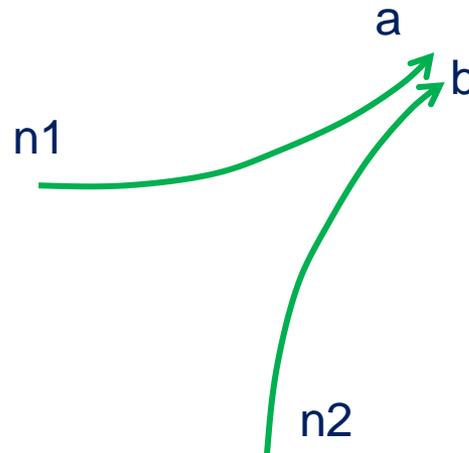


$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \Rightarrow \psi(1,2) = e^{i\delta} \psi(2,1) \Rightarrow \text{en itérant } e^{i\delta} = \pm 1$$

• Particules distinctes en D: $|f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2$ $|f1a|^2|f2b|^2 + |f1b|^2|f2a|^2$

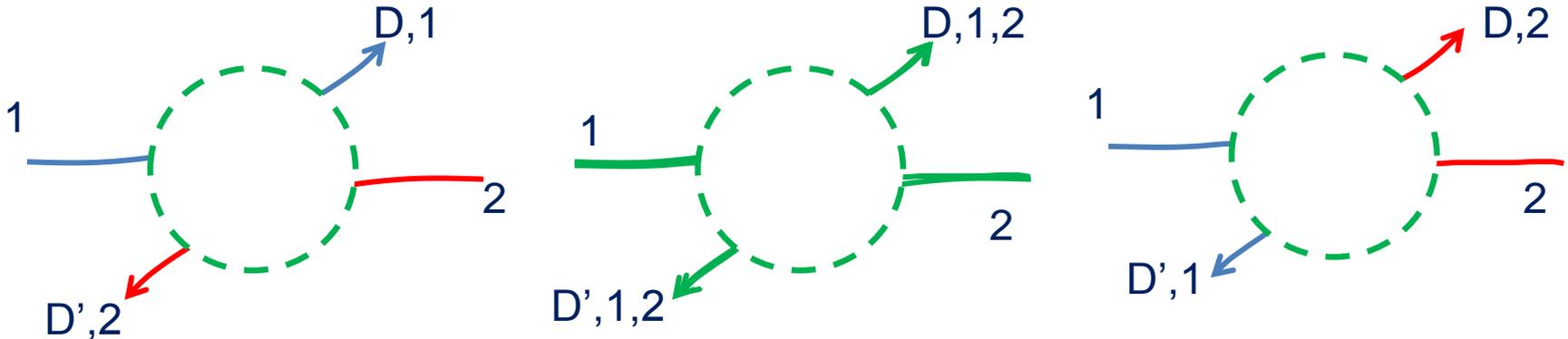
• Bosons en D: $|f(\theta) + f(\pi-\theta)|^2$ $|f1af2b + f1bf2a|^2$

• Fermions en D: $|f(\theta) - f(\pi-\theta)|^2$ $|f1af2b - f1bf2a|^2$



Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde

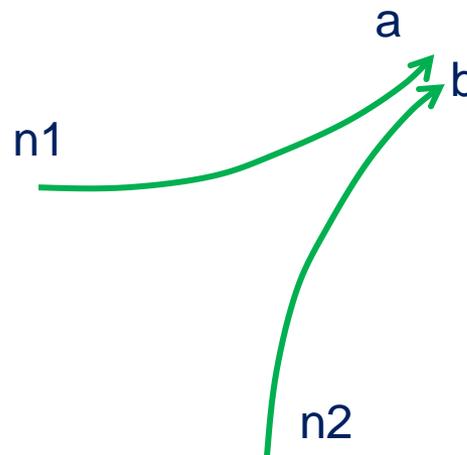


$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \Rightarrow \psi(1,2) = e^{i\delta} \psi(2,1) \Rightarrow \text{en itérant } e^{i\delta} = \pm 1$$

• Particules distinctes en D: $|f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2$

• Bosons en D: $|f(\theta) + f(\pi-\theta)|^2$

• Fermions en D: $|f(\theta) - f(\pi-\theta)|^2$



$$|f1a|^2 |f2b|^2 + |f1b|^2 |f2a|^2$$

$$a \approx b \Rightarrow P_2^\neq = 2|f_1 f_2|^2$$

$$|f1af2b + f1bf2a|^2$$

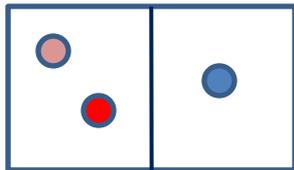
$$a \approx b \Rightarrow P_2^{bosons} = 4|f_1 f_2|^2 = 2P_2^\neq$$

$$|f1af2b - f1bf2a|^2$$

$$a \approx b \Rightarrow P_2^{fermions} = 0 \quad \text{Pauli!}$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

2. Grégarité bosonique



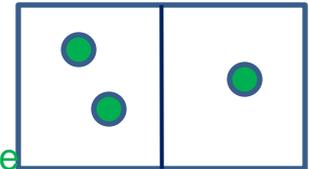
$$\binom{N}{k}$$

états distincts

somme des carrés des modules

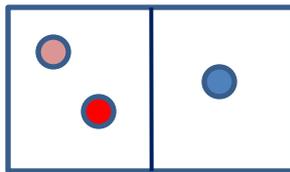
1 seul état

carré du module de la somme



Indiscernabilité: Fermions et bosons

2. Grégarité bosonique

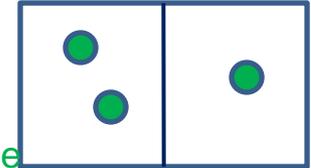


$\binom{N}{k}$ états distincts

somme des carrés des modules

1 seul état

carré du module de la somme



$$P^{\neq}(N)S^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} P^{\neq}(k) \left(\frac{S}{2}\right)^k P^{\neq}(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{N-k}$$

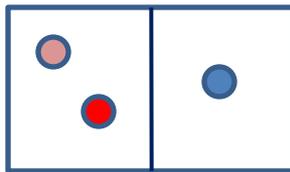
$$P^{\neq}(N) = (P(1))^N$$

$$P^{bosons}(N)S^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} A(k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{k}{2}} A(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{N-k}{2}}$$

$$P^{bosons}(N) = N! (P(1))^N$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

2. Grégarité bosonique

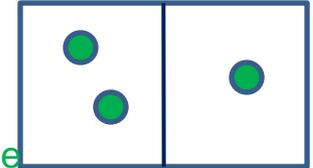


$\binom{N}{k}$ états distincts

somme des carrés des modules

1 seul état

carré du module de la somme



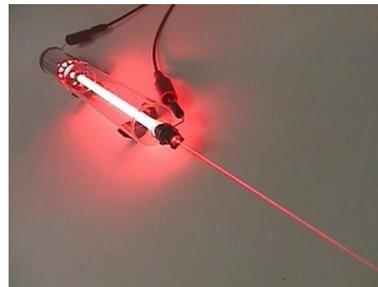
$$P^\neq(N)S^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} P^\neq(k) \left(\frac{S}{2}\right)^k P^\neq(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{N-k}$$

$$P^\neq(N) = (P(1))^N$$

$$P^{bosons}(N)S^N = \sum_{k=0}^N \left[\binom{N}{k} A(k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{k}{2}} A(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{N-k}{2}} \right]^2$$

$$P^{bosons}(N) = N! (P(1))^N$$

$$P^{bosons}(N+1) = (N+1)N! (P(1))^N (P(1)) = (N+1)P P^{bosons}(N)$$



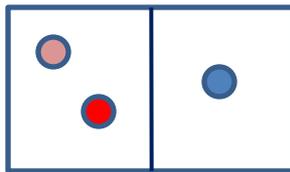
$$P(N \rightarrow N+1) = NP + P$$

induit spontané

$$P(N \rightarrow N-1) = NP \text{ (conjugaison)}$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

2. Grégarité bosonique

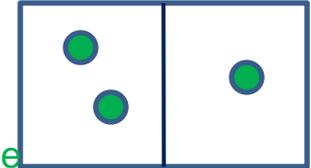


$\binom{N}{k}$ états distincts

somme des carrés des modules

1 seul état

carré du module de la somme



$$P^\neq(N)S^N = \sum_{k=0}^N \left[\binom{N}{k} P^\neq(k) \left(\frac{S}{2}\right)^k P^\neq(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{N-k} \right]$$

$$P^\neq(N) = (P(1))^N$$

$$P^{bosons}(N)S^N = \sum_{k=0}^N \left[\binom{N}{k} A(k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{k}{2}} A(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{N-k}{2}} \right]^2$$

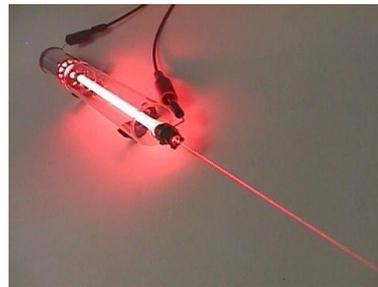
$$P^{bosons}(N) = N! (P(1))^N$$

• Équilibre thermique d'un mode de rayonnement:

$$N_{at,2} (\bar{n} + 1) P = N_{at,1} \bar{n} P$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\hbar\omega}{\frac{\hbar\omega}{e^{kT}} - 1}$$

+comptage de modes



$$P^{bosons}(N+1) = (N+1)N! (P(1))^N (P(1)) = (N+1)P P^{bosons}(N)$$

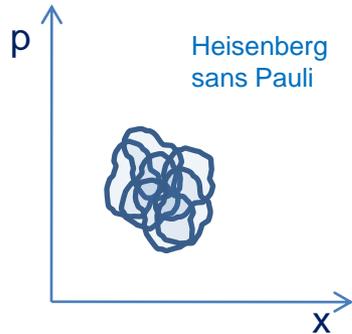
$$P(N \rightarrow N+1) = NP + P$$

induit spontané

$$P(N \rightarrow N-1) = NP \text{ (conjugaison)}$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique

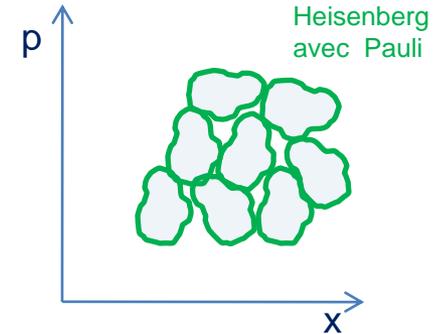


$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq \hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq \hbar^3$$

Pour l'énergie cinétique minimale, tout se passe comme si chaque fermion disposait de (V/N) au lieu de V

$$L^3 = V$$

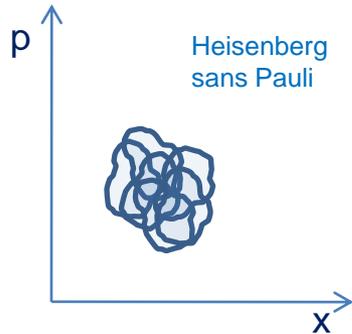
$$d^3 = (V/N)$$



$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq N\hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq N\hbar^3$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

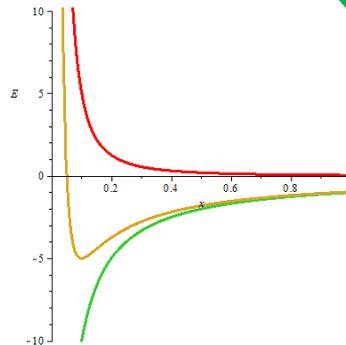
3. Pauli et la matière fermionique



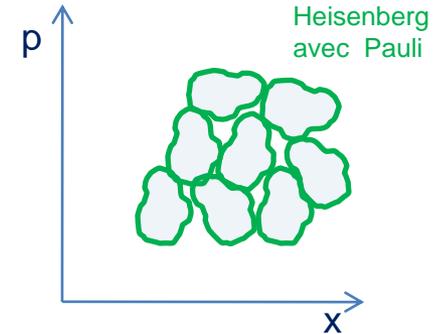
$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq \hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq \hbar^3$$

$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{e^2}{d} = N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N^{\frac{4}{3}} \frac{e^2}{L}$$

$$L^3 = V$$



$$d^3 = (V/N)$$

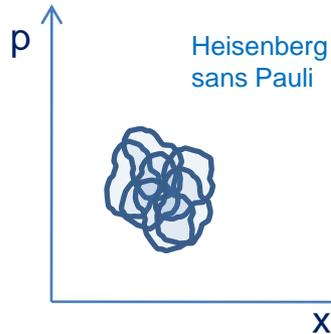


$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq N\hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq N\hbar^3$$

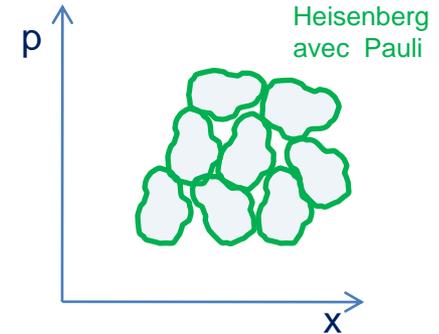
$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2md^2} - N \frac{e^2}{d} = N^{\frac{5}{3}} \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N^{\frac{4}{3}} \frac{e^2}{L}$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique



Pour l'énergie cinétique minimale, tout se passe comme si chaque fermion disposait de (V/N) au lieu de V



$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq \hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq \hbar^3$$

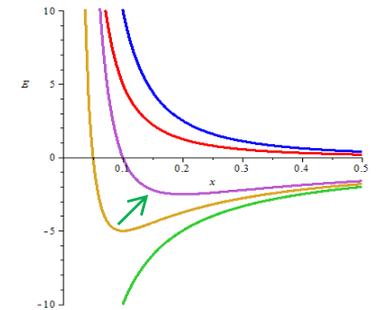
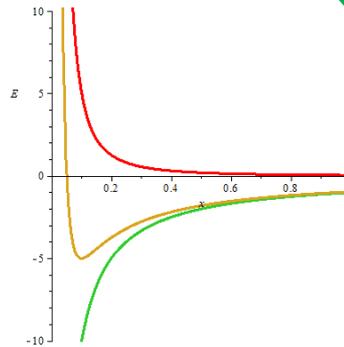
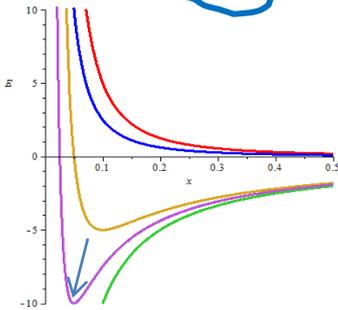
$$L^3 = V$$

$$d^3 = (V/N)$$

$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq N\hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq N\hbar^3$$

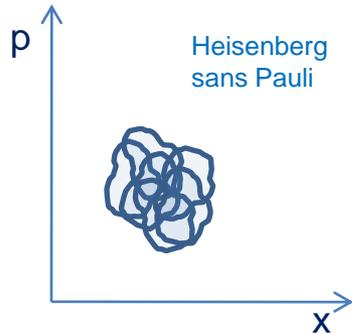
$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{e^2}{d} = N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{4}{3} \frac{e^2}{L}$$

$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2md^2} - N \frac{e^2}{d} = N \frac{5}{3} \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{4}{3} \frac{e^2}{L}$$

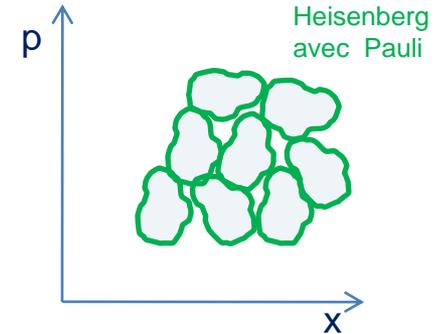


Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique



Pour l'énergie cinétique minimale, tout se passe comme si chaque fermion disposait de (V/N) au lieu de V



$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq \hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq \hbar^3$$

$$L^3 = V$$

$$d^3 = (V/N)$$

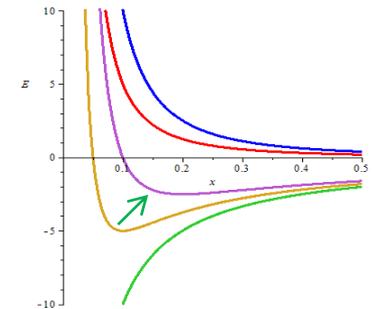
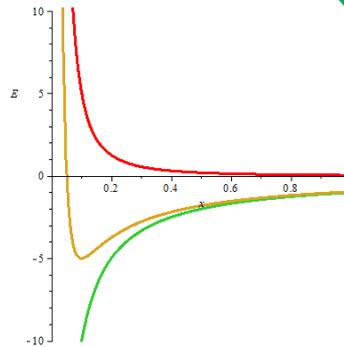
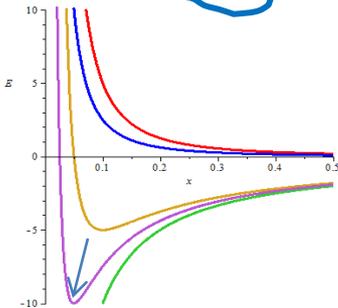
$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq N\hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq N\hbar^3$$

$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{e^2}{d} = N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N^{\frac{4}{3}} \frac{e^2}{L}$$

$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2md^2} - N \frac{e^2}{d} = N^{\frac{5}{3}} \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N^{\frac{4}{3}} \frac{e^2}{L}$$

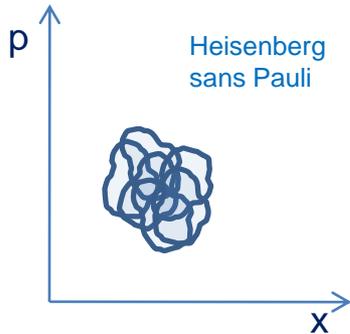
$$L = a_0 N^{-1/3}$$

Effondrement!

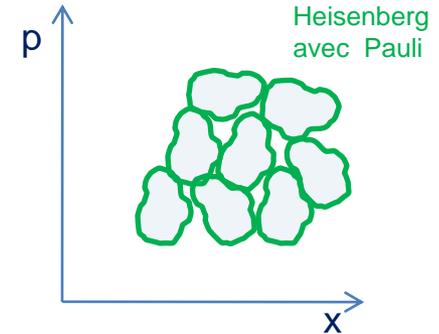


Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique



Pour l'énergie cinétique minimale, tout se passe comme si chaque fermion disposait de (V/N) au lieu de V



$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq \hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq \hbar^3$$

$$L^3 = V$$

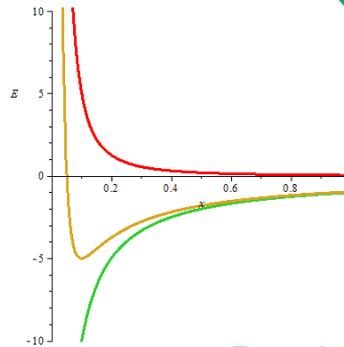
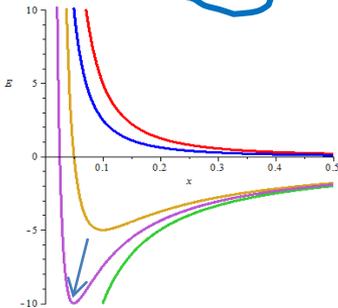
$$d^3 = (V/N)$$

$$\Delta p_{total} \Delta x_{total} \geq N\hbar \Rightarrow (3D) \Delta p^3 V \geq N\hbar^3$$

$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{e^2}{d} = N \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{4}{3} \frac{e^2}{L}$$

$$L = a_0 N^{-1/3}$$

Effondrement!



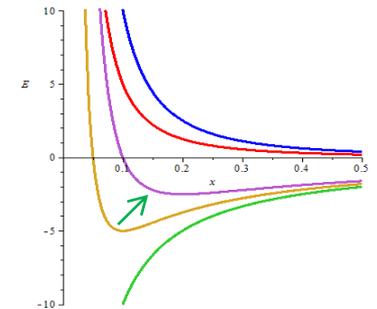
$$E \approx N \frac{\hbar^2}{2md^2} - N \frac{e^2}{d} = N \frac{5}{3} \frac{\hbar^2}{2mL^2} - N \frac{4}{3} \frac{e^2}{L}$$

$$L = a_0 N^{1/3}$$

- Densité indépendante de N
- Énergie proportionnelle à N

$$P_{confinement} = - \frac{dE_c}{dV} = \kappa \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{N}{V} \right)^{5/3}$$

Ordre de grandeur: qqes GPa comme module d'Young... (Weisskopf, AJP, 53(2), 1985)



Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique

Taille d'un atome à Z électrons

$$E = \sum_{i=1}^Z \frac{p_i^2}{2m} - \sum_{i=1}^Z \frac{Ze^2}{r_i} + \sum_{i<j} \frac{e^2}{r_{ij}} \approx \frac{Zp^2}{2m} - \frac{Z^2 e^2}{2a_Z}$$

$$p \approx \hbar/a_Z$$

(cas des hydrogénoïdes)

$$a_Z \approx Z^{-1} a_1$$

$$p \approx Z^{1/3} \hbar/a_Z$$

$$a_Z \approx Z^{-1/3} a_1$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique

Taille d'un atome à Z électrons

$$E = \sum_{i=1}^Z \frac{p_i^2}{2m} - \sum_{i=1}^Z \frac{Ze^2}{r_i} + \sum_{i<j} \frac{e^2}{r_{ij}} \approx \frac{Zp^2}{2m} - \frac{Z^2 e^2}{2a_Z}$$

$$p \approx \hbar/a_Z$$

(cas des hydrogénoïdes)

$$a_Z \approx Z^{-1} a_1$$

$$p \approx Z^{1/3} \hbar/a_Z$$

$$a_Z \approx Z^{-1/3} a_1$$

- À grande échelle, rôle de la gravitation
- Pression de confinement dans des états fortement comprimés (naines blanches) (« pression de Fermi »)
-

Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape

- Nécessité d'un ancrage concret pour les élèves → intérêt de l'approche ondulatoire
- Première approche des spécificités de la mécanique quantique → réflexion nécessaire sur la mesure à partir d'exemples simples → systèmes à deux niveaux
- Transversalité math/physique/chimie → première mise en place d'outils d'algèbre linéaire
- Préalable à cette nouvelle évolution: le retour d'une vraie filière scientifique au lycée...